Oberlin College Library
SEP 1926
Not to be
Office

Physikalische Zeitschrift

begründet von E. Riecke und H. Th. Simon

vereinigt mit dem

Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik

begründet von Johannes Stark

Herausgeber:

Prof. Dr. **P. Debye**, Prof. Dr. **F. Harms** und Prof. Dr. **R. Seeliger**

Die Physikalische Zeitschrift erscheint monatlich zweimal im Umfange von drei bis vier Bogen und wird vierteljährlich für Goldmark 11.— postfrei geliefert. Für das Ausland beträgt der Preis $ 3.— vierteljährlich. Für die Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft im Inland Goldmark 9.—, im Ausland $ 2.60. Bestellungen nehmen jede Buchhandlung sowie die Verlagsbuchhandlung entgegen. Anzeigen werden für die einmal gespaltene Millimeterzeile mit Goldmark —.35, Beilagen mit Goldmark 60.— berechnet.

Alle Manuskripte und darauf bezügliche Zuschriften sind an Prof. Dr. F. Harms, Würzburg, Bismarckstr. 1, zu senden, mit Ausnahme der zusammenfassenden Berichte, deren Redaktion Prof. Dr. R. Seeliger, Greifswald, Loitzerstr. 43, führt. Büchersendungen und Anzeigen-Aufträge direkt an den Verlag.

No. 16. Ausgegeben am 15. August 1926. No. 716 Printed in Germany. 27. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

O. Hahn u. O. Erbacher, Über die Einheitlichkeit des Zerfalls und die Halbwertszeit des Mesothor 2. S. 531—533.

H. Lorenz, Die kritische Stromgeschwindigkeit im Kreisrohr. S. 533—536.

F. Běhounek, Einige Bemerkungen zum Ursprung der durchdringenden Strahlung der Atmosphäre. S. 536—539.

F. Strieder, Kurvenzeichenapparat zu einer Projektionswellenmaschine. S. 539—541.

L. Strum, Überlichtgeschwindigkeit und Relativitätstheorie. S. 541—544.

Zusammenfassende Berichte:

W. Vogel, Die magnetische Anfangspermeabilität. S. 544—554.

Personalien. S. 554.

VERLAG VON S. HIRZEL IN LEIPZIG

Zeitschrift für Physik

Bd. 1 bis laufend (ungebunden)
ist
zu verkaufen

Angebot mit Preis unter **S. H. 645** an den Verlag der Physikalischen Zeitschrift (S. Hirzel) in Leipzig C 1, Königstr. 2.

S. HIRZEL IN LEIPZIG

Dr. **W. Wien**

Lehrbuch der Hydrodynamik. Mit 18 Figuren. (XIV u. 319 S.) 8°. 1900. Ungeb. M. 8.—.

Wissenschaftliche Forschungsarbeiten

Die Bekanntschaft einer Person, der es nicht an der Gründlichkeit und Sorgfältigkeit fehlt, für welche das deutsche Volk bekannt ist; welcher einer mehr analytischen als induktiven Natur ist und hauptsächlich für wissenschaftliche Forschungsarbeiten, vorzugsweise physikalischer oder mathematischer Art, Interesse hat und mit seiner heutigen Stellung nicht zufrieden sein sollte — vielleicht ein Professor, dem das Lehrfach nicht zusagt — wird von einem Erfinder gewünscht, welcher gegenwärtig leider keine andere Sprache als Englisch versteht; derselbe hat einige Entdeckungen und Erfindungen gemacht, welche im wissenschaftlichen Gebiete nicht weniger sein werden als die Erfindung der Logarithmen, und welche einen ungewöhnlichen kommerziellen Nutzen versprechen. Antworten werden höchst vertraulich gehalten.

Adresse: **Elbert O. Brower,**
54 rue des Cévennes,
Paris XV, Frankreich

Eingegangene Bücher.

(Eingehende Besprechung vorbehalten. Rücksendung nicht besprochener Bücher erfolgt in keinem Falle.)

Ambronn, R., Methoden der angewandten Geophysik. (Wissenschaftl. Forschungsberichte; naturwiss. Reihe Bd. XV.) 8°. XII u. 258 S. Mit 84 Abb. Dresden, Th. Steinkopff. 1926. M. 15.—, geb. M. 16.50.

Born, M., Probleme der Atomdynamik. 8°. VIII u. 183 S. Mit 42 Abb. u. 1 Tafel. Berlin, J. Springer. 1926. M. 10.50, geb. M. 12.—.

Chwolson, O. D., Lehrbuch der Physik. I. Bd., 1. Teil. Mechanik und Meßmethoden durchgesehen von G. Schmidt. 3. Aufl. 8°. X u. 401 S. Mit 188 Fig. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn A.-G. 1926. M. 15.—, geb. M. 17.50.

Couffon, R., Transport de l'Electricité. (Collection Armand Colin No 75.) 8°. 219 S. Mit 45 Fig. Paris, Libr. Armand Colin. 1926. Franz. Frank. 8.40, geb. franz. Frank. 10.20.

Freundlich, H., Fortschritte der Kolloidchemie. 8°. IV u. 109 S. Mit 47 Abb. u. 20 Tabellen. Dresden, Th. Steinkopff. 1926. M. 5.50.

Fürth, R., J. H. Jeans dynamische Theorie der Gase. Nach der 4. engl. Aufl. übersetzt. 8°. VII u. 614 S. Mit 28 Abb. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn, A.-G. 1926. M. 35.—, geb. M. 38.—.

Gutenberg, B., Lehrbuch der Geophysik. Lfg. I, Bg. 1–2. Gr.-8°. 176 S. Mit 52 Abb. Berlin, Gebr. Borntraeger. 1926. M. 9.75.

Hahn, O., Was lehrt uns die Radioaktivität über die Geschichte der Erde. 8°. V u. 64 S. Mit 3 Abb. Berlin, J. Springer. 1926. M. 3.—.

Hartmann, L., Sind Naturgesetze veränderlich? 8°. 89 S. Halle a. S., M. Niemeyer. 1926. M. 3.50.

Höber, R., Physikalische Chemie der Zelle und der Gewebe. 6. neubearbeitete Aufl. 8°. XVI u. 955 S. Leipzig, W. Engelmann. 1926. M. 39.—, geb. M. 42.—.

Jahresbericht IV der Chemisch-techn. Reichsanstalt 1924/25. 8°. IX u. 242 S. Mit 84 Fig. Leipzig, Verlag Chemie G. m. b. H. M. 10.—.

Kayser, H., Tabelle der Hauptlinien der Linienspektra aller Elemente. 8°. VII u. 198 S. Berlin, J. Springer. 1926. Geb. M. 24.—.

Klein, F., Vorlesungen über höhere Geometrie. Bearb. und herausgeg. von W. Blaschke. (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen Bd. XXII.) 3. Aufl. 8°. VIII u. 405 S. Mit 101 Abb. Berlin, J. Springer. 1926. M. 24.—, geb. M. 25.20.

Lorenz, H., Lehrbuch der Technischen Physik. Bd. I. Technische Mechanik starrer Gebilde. 2. Teil. 2., vollständig neubearb. Aufl. 8°. VIII u. 204 S. Mit 144 Textabb. Berlin, J. Springer. 1926. Geb. M. 21.—.

Mihály, D. v., Das elektrische Fernsehen und das Telehor. 2., durch einen Nachtrag erw. Ausg. 8°. 196 S. Mit 112 Textfig. Berlin, M. Krayn. 1926.

Rüdenberg, R., Elektrische Schaltvorgänge. 2. Aufl. 8°. VIII u. 510 S. Mit 477 Abb. u. 1 Tafel. Berlin, J. Springer. 1926. Geb. M. 24.—.

Structure et Activité chimiques. 8°. XIV u. 672 S. Paris, Gauthier-Villars & Cie. 1926. Franz. Frank. 80.—.

Walsh, J. W. T., Photometry. 8°. XXVII u. 505 S. Mit Figuren. London, Constable & Company Ltd. 1926. Geb. £ 40.—.

Weiss, P. u. G. Foëx, Le Magnétisme. (Collection Armand Colin No. 71.) 8°. VIII u. 215 S. Mit 69 Fig. Paris, Libr. Armand Colin. 1926. Franz. Frank. 8.40, geb. franz. Frank. 10.20.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 16. 15. August 1926. 27. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 18 am 5. September 1926.

INHALT:

Originalmitteilungen:

O. Hahn u. O. Erbacher, Über die Einheitlichkeit des Zerfalls und die Halbwertszeit des Mesothor 2. S. 531.

H. Lorenz, Die kritische Stromgeschwindigkeit im Kreisrohr. S. 533.

F. Běhounek, Einige Bemerkungen zum Ursprung der durchdringenden Strahlung der Atmosphäre. S. 536.

F. Strieder, Kurvenzeichenapparat zu einer Projektionswellenmaschine. S. 539.

L. Strum, Überlichtgeschwindigkeit und Relativitätstheorie. S. 541.

Zusammenfassende Berichte:

W. Vogel, Die magnetische Anfangspermeabilität. S. 544.

Personalien. S. 554.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Einheitlichkeit des Zerfalls und die Halbwertszeit des Mesothor 2.

Von Otto Hahn u. Otto Erbacher.

1. Die Nichtexistenz eines aus Mesothor 2 entstehenden radioaktiven Ekacäsiums.

In einem Beitrag „Zur Frage nach der Existenz des Ekacäsiums" hat der eine von uns vor kurzem über Versuche berichtet, eine radioaktive Atomart von der Ordnungzahl 87 aus starken Mesothorpräparaten abzuscheiden. Wenn nämlich das Mesothor 2 als Actiniumisotop mit der Ordnungszahl 89 außer seiner normalen β-Umwandlung zu einem minimalen Betrage auch α-Strahlen emittierte, dann würde ein radioaktives Ekacäsium entstehen. Das Ergebnis der Versuche war innerhalb weiter Grenzen negativ. Unter der Annahme, daß die mit Cäsium aus dem Mesothor abgetrennten minimalen Aktivitäten von einem Ekacäsium herrührten, wurden die maximalen Verzweigungsverhältnisse für eine Anzahl fiktiver Halbwertszeiten eines solchen Ekacäsium aus Mesothor 2 berechnet. Sie sind in der Tabelle I zusammengestellt.

Tabelle I.

Fiktive Halbwertszeit des Ekacäsiums	Maximales Abzweigungsverhältnis	Maximale Gewichtsmenge pro Gramm Thorium
2 Stunden	10^{-4}	$1{,}1 \cdot 10^{-18}$
1 Tag	$1{,}6 \cdot 10^{-8}$	$2{,}2 \cdot 10^{-21}$
10 Tage	$5 \cdot 10^{-9}$	$6{,}8 \cdot 10^{-21}$
100 Tage	$8 \cdot 10^{-9}$	$1{,}1 \cdot 10^{-19}$
10 Jahre	$1{,}5 \cdot 10^{-7}$	$7{,}5 \cdot 10^{-17}$

In Wirklichkeit rührte aber die äußerst geringe beobachtete Aktivität zum größten Teile von ThC her; die obigen Zahlen für das maximale Verzweigungsverhältnis sind also sicher noch viel zu günstig angesetzt.

Es wurde daher der Schluß gezogen, daß die Existenz eines aus Mesothor 2 (Radium- oder Thoremanation) entstehenden Ekacäsiums mit einer Halbwertszeit von einigen Stunden oder darüber als ausgeschlossen gelten kann.

In der Zwischenzeit ist von G. v. Hevesy[1]) eine Mitteilung erschienen, worin er — völlig unabhängig von unseren Versuchen — zu dem gleichen Ergebnis der Nichtexistenz eines aus Mesothor 2 entstehenden Ekacäsiums gelangt. Hevesy verfolgte die Bildung des Radiothors aus reinem Mesothor 2 durch Zählung der α-Strahlen nach der Szintillationsmethode und gelangt zu dem Schluß, daß innerhalb der Grenzen seiner Methode das Mesothor 2 keinerlei α-Strahlen emittiert. Unter Berücksichtigung dieser Grenzen kann man behaupten, daß im Mesothor, wenn überhaupt, sicher weniger als $^1/_{200\,000}$ der zerfallenden Atome α-Strahlen emittieren.

Da wir durch das Entgegenkommen der Deutschen Gasglühlicht-Auer-Gesellschaft einige Male Gelegenheit hatten, sehr starke Mesothor-2-Präparate zu erhalten, so haben wir die Existenz eines Ekacäsiums von kurzer Halbwertszeit in noch höherem Maße ausschließen können, als es früher für ein solches längerer Halbwertszeit geschehen war[2]).

Die Ausführung der Versuche war — ganz kurz geschildert — folgendermaßen. Das Mesothor 2, gebunden an Eisenchlorid, wurde von allen radioaktiven Beimengungen soweit als irgend

1) G. v. Hevesy, Mitt. d. dän. Akademie der Wiss. (Mathem.-Physikal. Abt.) VII, 11. 1926.

2) Der Deutschen Gasglühlicht-Auer-Gesellschaft sind wir für ihr großes Entgegenkommen zu besonderem Dank verpflichtet.

möglich, befreit. Dies geschah durch dreimalige Abtrennung der Radiumisotope Radium, Mesothor 1 und *ThX*, unter jedesmaliger Zugabe von 100 mg *Ba*-Salz; durch dreimalige Abtrennung der Blei- und Wismutisotope unter jedesmaliger Zugabe von 100 mg Bleisalz. Dann wurde die Mesothor-2-Eisenlösung (plus Spuren von *Rdth*) mit 100 mg Cäsiumnitrat versetzt, und mit karbonathaltigem Ammoniak das Eisen und das Mesothor 2 ausgefällt, das Filtrat angesäuert und nach erneuter Zugabe von 100 mg $FeCl_3$ mittels Ammoniaks die im Filtrat verbliebenen Spuren von Mesothor 2 abgetrennt. Im schwach angesäuerten Filtrat geschah die Cäsiumfällung mittels Platinchlorwasserstoffsäure. Die erste Messung des ausgewaschenen, getrockneten und mittels Chloroforms auf eine Aluminiumfolie gestrichenen Cäsiumsalzes geschah etwa eine halbe Stunde nach der Fällung des Mesothor 2.

Die erhaltenen Aktivitäten waren folgende: aus 32 mg gereinigtem Mesothor (bezogen auf die γ-Strahlen des Radiums) erhielten wir beim Cäsium eine Aktivität von $1{,}8 \cdot 10^{-7}$ mg (auf Radium bezogen); diese Menge war also $5{,}7 \cdot 10^{9}$ mal kleiner als die Ausgangsmenge.

Aus 24,5 mg Mesothor 2 ergab sich entsprechend $1{,}5 \cdot 10^{-8}$ mg beim Cäsium, also der $1{,}6 \cdot 10^{9}$te Teil, mittlere Zeit der Messung 36 Minuten nach der Abtrennung.

Im ersteren Falle rührte die Aktivität beim Cäsiumsalz zweifellos von Spuren von Mesothor 2 her; die minimale Aktivität im zweiten Falle konnte nicht sicher identifiziert werden, war aber vermutlich ebenfalls Mesothor 2. Gesetzt aber den Fall, es hätte sich um eine neue radioaktive Substanz gehandelt, dann ließe sich wieder, wie in der früheren Mitteilung, für einige fiktive Halbwertszeiten das maximale Abzweigungsverhältnis berechnen.

Für eine Halbwertszeit von 30 Min. ergäbe sich bei einer Ausbeute von 50 Proz. dieses Abzweigungsverhältnis zu $5{,}5 \cdot 10^{-9}$; entsprechend fänden wir für eine Halbwertszeit von 10 Min. ein maximales Abzweigungsverhältnis von $2{,}9 \cdot 10^{-8}$.

Die obige Tabelle ist also folgendermaßen zu vervollständigen:

Tabelle II.

Fiktive Halbwertszeit des Ekacäsiums	Maximales Abzweigungsverhältnis	Maximale Gewichtsmenge pro Gramm Thorium
10 Minuten	$2{,}9 \cdot 10^{-8}$	$2{,}8 \cdot 10^{-23}$
0,5 Stunden	$5{,}5 \cdot 10^{-9}$	$1{,}6 \cdot 10^{-23}$
1 Tag	$1{,}6 \cdot 10^{-8}$	$2{,}2 \cdot 10^{-21}$
10 Tage	$5 \cdot 10^{-9}$	$6{,}8 \cdot 10^{-21}$
100 Tage	$8 \cdot 10^{-9}$	$1{,}1 \cdot 10^{-19}$
10 Jahre	$1{,}5 \cdot 10^{-7}$	$7{,}5 \cdot 10^{-17}$

Als gemeinsames Resultat der Versuche mit dem Mesothor und dem Mesothor 2 ist also zu folgern, daß die Existenz eines aus Mesothor 2 entstehenden Ekacäsiums mit einer Halbwertszeit von wenigen Minuten bis zu 10 Jahren mindestens innerhalb 1 : 10 Millionen als ausgeschlossen gelten kann.

2. Die Halbwertszeit des Mesothor 2.

Die Halbwertszeit des Mesothor 2 wurde kurz nach seiner Entdeckung durch den einen von uns zu 6,2 Stunden angegeben[1]).

McCoy und Viol[2]) fanden später den Wert 6,14 Stunden, und in guter Übereinstimmung mit diesen beiden Zahlen bestimmte in jüngster Zeit Yovanovitch[3]) die Halbwertszeit zu 6,18 Stunden. Dagegen weicht ein ebenfalls vor kurzem angegebener Wert von Widdowson und Russell[4]) um mehr als 3 Proz. von den obigen Befunden ab. Widdowson und Russell finden nämlich nur 5,95 Stunden und halten diesen Wert für richtiger als den bisher angenommenen.

Da der Wert von Widdowson und Russell in einige neuere Hand- und Lehrbücher übergegangen ist, er uns aber zweifelhaft erschien, so benutzten wir die Gelegenheit der Herstellung sehr reiner Mesothor 2-Präparate bei den oben beschriebenen Versuchen auch dazu, eine Neubestimmung der Halbwertszeit des Mesothor 2 vorzunehmen.

Die Reinigung der Präparate geschah in der gleichen Weise, wie oben angegeben; nur wurde nach der Abtrennung der Radium-, Blei- und Wismutisotope auch noch eine zweimalige Radiothortrennung — nach Zugabe von Zirkon mittels Ammoniumthiosulfats — durchgeführt. Dank der verfügbaren starken Aktivitäten konnten die Messungen unter verschiedenen Bedingungen durchgeführt werden.

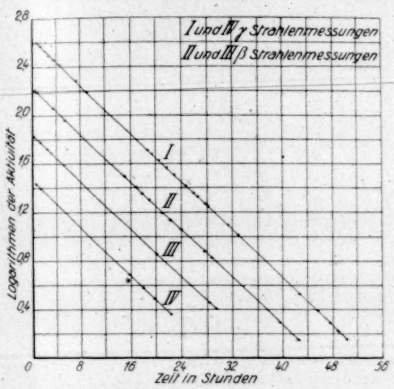
So wurde z. B. ein Präparat, das zu Beginn der Messungen 33 mg *Ra*-Element entsprach, 50 Stunden lang in einem γ-Elektroskop gemessen, wobei durch zeitweises Näherstellen immer eine günstige Meßdauer eingehalten werden konnte.

Außer den γ-Strahlenmessungen wurden auch β-Strahlenmessungen vorgenommen, wiederum unter geeignetem Näherbringen des Präparates an das Elektroskop. Bei den β-Strahlenmessungen waren die Substanzen durch dünne lochfreie Aluminiumfolien luftdicht abgeschlossen, um zu verhindern, daß die beim Zerfall des Mesothors

1) Otto Hahn, Physik. Zeitschr. **9**, 240, 1908.
2) N. H. McCoy u. C. H. Viol, Phil. Mag. (6) **25**, 333, 1913.
3) K. Yovanovitch, Journ. de Chim. phys. **23**, 1, 1926.
4) W. P. Widdowson u. A. S. Russell, Phil. Mag. **49**, 137, 1925.

allmählich spurenweise auftretende Thoremanation etwa durch kleine Löcher in das Innere des Elektroskops gelangen könnte.

Die Resultate sind in der Figur in einigen Kurven wiedergegeben.



Als Halbwertszeiten ergeben sich die Werte

I.	6,10	Stunden
II.	6,15	„
III.	6,15	„
IV.	6,11	„

im Mittel 6,13 Stunden.

Die Messungen der γ-Strahlen einerseits, der β-Strahlen andererseits stimmen unter sich vorzüglich überein, weichen aber gegenseitig um knapp 1 Proz. voneinander ab. Es ist kaum anzunehmen, daß dieser kleine Unterschied zwischen den γ- und den β-Strahlenwerten eine reelle Bedeutung hat.

Als Mittelwert der vier Bestimmungen erhalten wir danach für die Halbwertszeit des Mesothor 2 6,13 Stunden, — die Zerfallskonstante λ ist 0,113 Stunden^{-1}. Die Zahlen sind in guter Übereinstimmung mit den früheren Befunden.

Der neuerdings in Lehrbücher übergegangene Wert von 5,95 Stunden ist also sicher zu niedrig.

Zusammenfassung.

1. Die Existenz eines aus Mesothor 2 entstehenden Ekacäsiums erscheint, mindestens innerhalb 1 : 10 Millionen als ausgeschlossen.

2. Die Halbwertszeit des Mesothor 2 ist 6,13 Stunden.

Berlin-Dahlem, Kaiser-Wilhelm-Institut für Chemie.

(Eingegangen 8. Juli 1926.)

Die kritische Stromgeschwindigkeit im Kreisrohr.

Von H. Lorenz.

In meiner Arbeit „Das Turbulenzproblem für das gerade Kreisrohr“[1]) erscheint die kritische Geschwindigkeit w_0 für das Umschlagen der schleichenden in die turbulente Strömung im Rohr vom Halbmesser r_0 für eine Flüssigkeit vom Raumgewicht γ mit der Zähigkeit μ in der kritischen Reynoldsschen Kennzahl $R_0 = \gamma \frac{w_0 r_0}{\gamma \mu}$, die nach neuen Feststellungen von Schiller[2]) den von den Stoffeigenschaften unabhängigen Wert 1160 besitzt. Schon v. Kármán[3]) hat in seinem Bericht „Über die Stabilität der Laminarströmung und die Theorie der Turbulenz“ auf dem Delfter Internationalen Kongreß für angewandte Mechanik 1924 hervorgehoben, daß die Lösung des Problems neben der Ermittlung der Geschwindigkeitsverteilung und des Widerstandsgesetzes der ausgebildeten Turbulenz die Feststellung ihrer Entstehung im kritischen Zustande voraussetzt, wobei sich auch der Wert der kritischen Kennzahl ergeben müsse.

Da alle Versuche, die Lösung des Problems in rationeller Weise aus den hydrodynamischen Differentialgleichungen herzuleiten, bisher ebenso gescheitert sind wie die Aufstellung eines Gesetzes für die Geschwindigkeitsverteilung im Querschnitt, so habe ich a. a. O. an deren Stelle das Verhältnis der mittleren Geschwindigkeit w zur Kerngeschwindigkeit v_0 eingeführt. In Anlehnung an die Tatsache, vgl. Fig. 1, daß bei

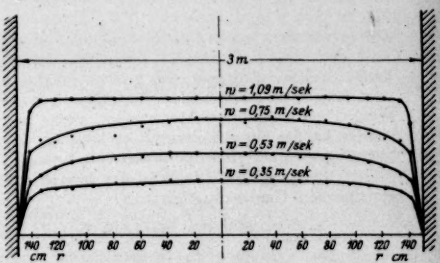


Fig. 1.

der Turbulenz im Kernstrom eine fast gleichförmige Geschwindigkeit[4]) herrscht, während das

1) Physik. Zeitschr. **26**, 557, 1925.

2) Zeitschr. f. ang. Math. u. Mech. 1921, S. 437.

3) Proceed. of the I. Intern. Congress f. appl. Mechanics. Delft. 1924. S. 97.

4) Diese Abbildung gibt eigene Versuche an der eisernen Druckleitung von 3 m Durchmesser des Danziger Wasserkraftwerkes bei Bölkau wieder.

Geschwindigkeitsgefälle in der Randschicht von der Dicke h nach dem Rande selbst stark zunimmt, erhält man so:

$$w = v_0\left(1 - \varkappa_1 \frac{h}{r_0} + \varkappa_2{}^2 \frac{h^2}{r_0{}^2}\right); \qquad (1)$$

$$\frac{dp}{dz} = \frac{2\mu_0 v_0}{r_0 h} = \frac{\lambda_0 \gamma v_0{}^2}{2 g r_0}, \qquad (2)$$

worin die Beiwerte $\varkappa_1$ und $\varkappa_2{}^2$, die bei trapezartiger Verteilung gleich 1 bzw. 1:3 sind, sich mit der turbulenten Reibungsziffer μ_0 in der Randschicht aus den Grenzbedingungen für den kritischen Zustand berechnen, während λ_0 die der Wirbelung proportionale, stets nur empirisch gegebene Rauhigkeitsziffer der Rohrwand bedeutet.

Da ferner für die Laminarbewegung mit parabolischer Geschwindigkeitsverteilung und dem Scheitelwert v_1

$$v = v_1\left(1 - \frac{r^2}{r_0{}^2}\right); \quad \frac{dp}{dz} = \frac{4\mu v_1}{r_0{}^2} \qquad (3)$$

gilt, so folgt aus der Verbindung mit der ersten Gl. (2) für den kritischen Zustand mit $h = r_0$

$$2\mu v_1 = \mu_0 v_0, \qquad (4)$$

während andererseits nach Gl. (17a) a. a. O.

$$\lambda_0 R_0 = \frac{\mu_0{}^2}{\mu^2} \text{ oder } \lambda_0 R_0 = \frac{4 v_1{}^2}{v_0{}^2} \qquad (5)$$

ist. Zur Berechnung der kritischen Kennzahl R_0 ist demnach die Kenntnis des Verhältnisses der Scheitelwerte v_1 und v_0 für beide Bewegungszustände im Augenblicke des Umschlagens nötig. Hierzu bedürfen wir einer neuen Grenzbedingung, die nur aus der Energiegleichung abgeleitet werden kann, welche ihrerseits die Geschwindigkeitsverteilung bei entstehender Turbulenz voraussetzt. Als Anhaltspunkt hierfür dient der steilere Anstieg der turbulenten Geschwindigkeitskurve gegenüber der parabolischen, woraus wegen des gleichen Volumens der beiden entsprechenden Umdrehungskörper

$$v_0 < v_1 \text{ oder mit (4) } 2\mu < \mu_0 \qquad (4a)$$

folgt. Die Verteilung hat demnach für beide Fälle die in Fig. 6 a. a. O. dargestellte Form, von denen wir die turbulente mit zwei noch unbestimmten Beiwerten β_1 und β_2, sowie mit Rücksicht auf das Haften am Rande durch die Parabelgleichung

$$\frac{u}{v_1} = \beta_2\left(1 - \frac{r^2}{r_0{}^2}\right) - \beta_1\left(1 - \frac{r}{r_0}\right) \qquad (6)$$

angenähert wiedergeben können. Aus der Bedingung der gleichen Mittelwerte w_0 für beide Fälle, d. h. gleichen Rauminhaltes der entsprechenden Umdrehungskörper, d. i.

$$r_0{}^2 w_0 = v_1 \int_0^{r_0} \left(1 - \frac{r^2}{r_0{}^2}\right) d(r^2) =$$

$$= v_1 \int_0^{r_0} \left(\beta_2\left(1 - \frac{r^2}{r_0{}^2}\right) - \beta_1\left(1 - \frac{r}{r_0}\right)\right) d(r^2)$$

folgt alsdann

$$w_0 = \frac{v_1}{2} = v_1\left(\frac{\beta_2}{2} - \frac{\beta_1}{3}\right); \text{ oder } \beta_2 = 1 + \tfrac{2}{3}\beta_1$$

$$v - u = \beta_1 v_1\left(\frac{1}{3} - \frac{r}{r_0} + \frac{2}{3}\frac{r^2}{r_0{}^2}\right). \qquad (7)$$

Nunmehr erhalten wir für die doppelte Wucht der Masseneinheit im laminaren und turbulenten Zustand, sowie für den doppelten Energieverlust durch den hydraulischen Stoß

$$J_1 = \frac{1}{r_0{}^2}\int_0^{r_0} v^2 d(r^2) = \frac{v_1{}^2}{3};$$

$$J_2 = \frac{1}{r_0{}^2}\int_0^{r_0} u^2 d(r^2) = \frac{v_1{}^2}{3}\left(\beta_2{}^2 + \frac{\beta_1{}^2}{2} - \tfrac{3}{4}\beta_1\beta_2\right);$$

$$J_3 = \frac{1}{r_0{}^2}\int_0^{r_0} (v-u)^2 d(r^2) = \frac{\beta_1{}^2 v_1{}^2}{270} \qquad (8)$$

und daraus die für die Bildung der turbulenten Wirbel verfügbare Energie

$$J = J_1 - J_2 - J_3 =$$

$$= \frac{v_1{}^2}{3}\left(1 - \beta_2{}^2 - \frac{\beta_1{}^2}{2} + \tfrac{3}{4}\beta_1\beta_2 - \frac{\beta_1{}^2}{90}\right). \qquad (9)$$

Da diese im kritischen Übergangszustand ein Scheitelwert sein muß, so folgt durch Differenziation nach β_1 mit $\frac{d\beta_2}{d\beta_1} = \frac{2}{3}$ wegen (7), sowie $\frac{dJ}{d\beta_1} = 0$

$$\beta_1 = \tfrac{3}{2};\ \beta_2 = 2; \qquad (7a)$$

$$J = \frac{v_1{}^2}{60}. \qquad (9a)$$

Mit diesen Beiwerten wird aber aus (6)

$$u = v_1\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\frac{r}{r_0} - 2\frac{r^2}{r_0{}^2}\right), \qquad (6a)$$

wonach man die kritische Turbulenzkurve auch aus einem dem laminaren Paraboloid raumgleichen Kegel durch Abzug der überragenden und Hinzufügen der darunterliegenden Raumteile erhalten kann (Fig. 2). Daß der Spitze der so gewonnenen Kurve die Geschwindig-

keit $0{,}5\,v_1$ an Stelle des wahren Wertes v_0 zugehört, spielt für obige Berechnung des Energieumsatzes darum keine merkbare Rolle, weil sich der Unterschied nur in dem kleinen Bereich um die Rohrachse geltend machen kann und durch die Integration über den ganzen Querschnitt verwischt wird.

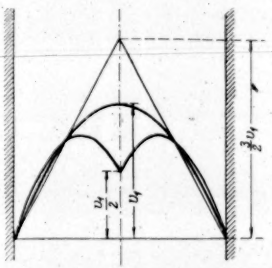


Fig. 2.

Der zur Erzeugung der Wirbelballen im Augenblicke des Umschlagens nötige Arbeitsaufwand zerfällt nun in die Wucht der Fortbewegung und die der Drehung. Für die erstere kommt nur die Querbewegung in Frage, da die Axialbewegung der Wirbel mit dem Gesamtstrom gemeinsam schon in den Formeln (8) bzw. (9) enthalten ist. Die Wucht der Querbewegung kann aber sofort aus der zweiten Formel (2) entnommen werden, da man den darin auftretenden Rohrhalbmesser r_0 als mittleren Krümmungsarm der relativen Wirbelbahnen auffassen darf. Mithin ist der doppelte Betrag dieser Arbeit für die Masseneinheit zu $U_1 = \lambda_0 v_0^2$ anzusetzen.

Für die Drehwucht hat man zu beachten, daß jeder Wirbelballen, wie sich aus der Betrachtung in offenen Strömungen ergibt, aus einem wie ein starrer Körper rotierenden Kern vom Halbmesser r_1, dem eigentlichen Wirbel, sowie aus einem diesen umgebenden Zirkulationsfeld vom Halbmesser r_2 besteht, in dem nach dem zweiten Keplerschen Gesetz das Moment der Umfangsgeschwindigkeit u' unveränderlich ist. Am Umfang dieses Teiles wird wegen des Abrollens der Wirbelballen am Rande $u' = v_0$ sein, also $u' r' = v_0 r_2$ gelten. Dann haben wir für die gesuchte doppelte Energie des Kernes und der Zirkulation für die Masseneinheit

$$\left.\begin{aligned} U_2 &= \frac{\lambda_0 v_0^2}{2}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2; \\ U_3 &= \lambda_0 \frac{2 r_2^2 v_0^2}{r_2^2 - r_1^2}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = \frac{\lambda_0 v_0^2}{1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}}\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2. \end{aligned}\right| \quad (10)$$

Daraus folgt aber als Gesamtwucht der Wirbelballen

$$\left.\begin{aligned} U &= U_1 + U_2 + U_3 = \\ &= \lambda_0 v_0^2\left[1 + \frac{1}{2}\frac{r_2^2}{r_1^2} + \frac{1}{1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}}\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2\right], \end{aligned}\right| \quad (11)$$

in die noch der Mittelwert des Verhältnisses $r_2 : r_1$ einzuführen ist, das für die einzelnen Ballen alle Werte von 1 bis ∞ annehmen kann. Ist daher bei n_0 Wirbelballen $n_0 f(x)\,dx = dn$ die Zahl derjenigen mit Radienverhältnissen $r_2 : r_1$ zwischen x und $x + dx$, so folgt durch Integration über die Gesamtzahl n_0 bzw. über x von 1 bis ∞ die Bedingungsgleichung

$$\int_1^\infty f(x)\,dx = 1.$$

Dieser wird aber die Exponentialfunktion (Fig. 3)

$$n = n_0 e^{1 - \frac{r_2}{r_1}} \quad \text{oder} \quad \frac{r_2}{r_1} = 1 - \ln\frac{n}{n_0} \quad (12)$$

gerecht. Daraus folgt der Mittelwert

$$\left(\frac{r_2}{r_1}\right)_m = \frac{1}{n_0}\int_0^{n_0}\left(1 - \ln\frac{n}{n_0}\right)dn = 2 \quad (12a)$$

und nach Einsetzen in (11) die Wucht der Wirbelballen:

$$U = \lambda_0 v_0^2\left(3 + \tfrac{1}{2}\ln 4\right) = 4{,}848\,\lambda_0 v_0^2. \quad (13)$$

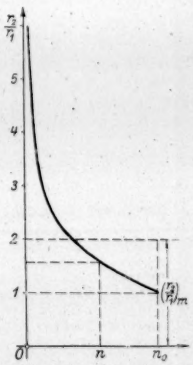


Fig. 3.

Die soeben ermittelte Wucht der Wirbelballen wird aber bestritten durch den früher berechneten Arbeitsüberschuß J, so daß wir durch Gleichsetzen von $J = U$ aus (9a) und (13) erhalten

$$v_1^2 = 60 \cdot 4{,}848\,\lambda_0 v_0^2 \quad (14)$$

und nach Verbindung mit (5), wobei die Rauhigkeitsziffer λ_0 herausfällt

$$R_0 = 240 \cdot (3 + \tfrac{4}{3} \ln 4) = 1163{,}5. \qquad (15)$$

Dieser theoretische Wert steht aber mit dem neuesten von Schiller aus Versuchen abgeleiteten von 1160 in bester Übereinstimmung und stellt im Verein mit dem in der früheren Arbeit abgeleiteten Widerstandsgesetz, sowie der allgemeinen Geschwindigkeitsverteilung in der Grenzschicht nach Gl. (6) die vollständige Lösung des Turbulenzproblems für das gerade Kreisrohr dar.

(Eingegangen 16. Juli 1926.)

Einige Bemerkungen zum Ursprung der durchdringenden Strahlung der Atmosphäre[1]).

Von F. Behounek.

Meine Arbeit, in der ich die Resultate meiner Absorptionsversuche über die durchdringende Strahlung der Atmosphäre beschrieben habe, hatte von zwei Seiten Einwände gefunden, nämlich von den Herren V. F. Hess[2]) und W. Kolhörster[3]). Bevor ich auf diese antworten werde, möchte ich gern eine Korrektion für eine theoretische Formel meiner Arbeit geben.

Es handelt sich um das erste Glied der Ahmad-Stonerschen Formel, das die Streuung ausdrückt, und das richtig nach Compton allgemein durch

$$A = \frac{\sigma_0}{1 + 2\alpha}$$

gegeben ist. Dabei ist

$$\sigma_0 = \frac{8\pi e^4}{3 m^2 c^4} = 6{,}64 \cdot 10^{-25}$$

die Streuung, die durch ein einziges Elektron verursacht ist, und $\alpha = \frac{0{,}0242}{\lambda}$, wenn da λ in Å.-E. ausgedrückt ist. Die ganze Formel soll also allgemein so geschrieben werden:

$$\mu = \frac{\varrho N Z}{A}\left(\frac{6{,}64 \cdot 10^{-25}}{1 + 2\,\frac{0{,}0242}{\lambda}} + 2{,}29 \cdot 10^{-2}\,\lambda^3 Z^3\right),$$

wo im zweiten Glied der Klammer λ allerdings in cm ausgedrückt ist. Mir war die Arbeit nur aus einem Referat bekannt und so habe ich statt dieses allgemeinen Ausdrucks eine Konstante, nämlich $1{,}92 \cdot 10^{-25}$, die allerdings nur für eine bestimmte Wellenlänge gültig ist, angesetzt. Da die Formel nur für die theoretische Erwägung benutzt wurde, ändert das freilich nichts an den Resultaten, die ich mit Bleiabsorption bekommen habe. Für die weitere Schlußfolgerung ist es aber doch von gewisser Wichtigkeit, da der Einwand, den ich gegen die γ-Strahlen-Absorptionsversuche von Hoffmann[1]) erhoben habe, dadurch eine bestimmte Beschränkung erleidet. Setzen wir nämlich in die Ahmad-Stonersche Formel für λ den niedrigsten, von Thibaud[2]) gefundenen Wert, $\lambda_4 = 0{,}00704$ Å ein, so finden wir theoretisch hiermit für den Absorptionskoeffizienten

$$\mu_4 = 0{,}240 \text{ cm}^{-1}$$

für Blei.

Der theoretische Wert liegt dem von Hoffmann praktisch gefundenen, nämlich $\mu = 0{,}18$ cm^{-1} schon nahe. Es ist überhaupt nicht ausgeschlossen, daß man durch Absorptionsversuche die Grenze des γ-Spektrums von *RaC* weiter als bisher erstrecken mag, allerdings müßte man aber die fremde streuende Wirkung genau ausschließen. Es sei hier bemerkt, daß schon ältere Arbeiten eine allmähliche Härtung der γ-Strahlung von *RaC* gefunden hatten, so z. B. hat Tuomikoski bei einer Bleischicht zwischen 15,8 bis 18,0 cm einen Absorptionskoeffizienten von 0,25 cm^{-1} gefunden und konnte nachweisen, daß der Härtungseffekt sich noch weiter fortsetzt[3]). Dieser Wert wurde allerdings von Meyer-Schweidler angezweifelt[4]) und der parisitären Sekundärstrahlung zugeschrieben, aber quantitativ wurde es nicht bewiesen.

Nun sagt Herr Hess zu meiner Arbeit[5]), daß „es nicht zu verstehen ist, warum sich der Autor zur Beobachtung der Höhenstrahlung einen Ort wie St. Joachimsthal ausgesucht hat, wo zufällige Schwankungen der radioaktiven Erdstrahlung den gesuchten Effekt ganz verwischen können". Bei der Auswahl des Ortes folgte ich dem Gedanken, daß man vielleicht in sehr harter γ-Strahlung von radioaktiven Induktionen der Atmosphäre die Erklärung der durchdringenden Höhenstrahlung suchen könne. Deswegen habe ich einen Ort von größerer Radioaktivität, wo also der erwartete Effekt größere Intensität hätte, gesucht und habe die parallelen Versuche über die Abschirmung der

1) Siehe Physik. Zeitschr. **27**, 8, 1926.
2) Hess, Diese Zeitschr. **27**, 159, 1926.
3) Kolhörster, Physik. Berichte **7**, 575, 1926.

1) Diese Zeitschr. **26**, 669, 1925.
2) Thibaud, C. R. **179**, 167, 1924.
3) Tuomikoski, Physik. Zeitschr. **10**, 372, 1909.
4) Meyer-Schweidler, Radioaktivität S. 250.
5) loc. cit.

Strahlung, quantitative zeitliche Bestimmung von Emanationsgehalt der Atmosphäre nach einer neuen Methode[1]) und Ermittlung des Absorptionskoeffizienten der sogenannten Höhenstrahlung in Gang gesetzt. Diese Versuche habe ich allerdings nach den — wenigstens in den Grenzen der Empfindlichkeit meiner Apparatur — negativ ausgefallenen Resultaten[2]) über den Absorptionskoeffizienten der Höhenstrahlung wieder aufgegeben. Der Einwand, daß die zufälligen Schwankungen der radioaktiven Erdstrahlung den gesuchten Effekt ganz verwischen könnten, ist nicht haltbar, da der Absorptionskoeffizient hauptsächlich zwischen den Dicken von 10 bzw. 20 cm von Blei gesucht wurde und die gewöhnliche Strahlung von radioaktiven Induktionen der Erdoberfläche nach der Durchsetzung von 10 cm Blei so gering ist, daß seine Schwankungen überhaupt nicht von Einfluß sein können. Dasselbe kann man über den Einfluß eines etwaigen *Ra*-Gehaltes des Bleis sagen, wie übrigens schon Hoffmann betont hat[3]), wenn man die Wirkung der Schicht zwischen 10 und 20 cm, die hauptsächlich in Erwägung kommt und deren Strahlung also eine Schicht von 10 cm Dicke durchsetzen muß, bevor sie in Ionisationsgefäße eintritt, betrachtet.

Die Bemerkung von Herrn Hess, daß die Evesche Zahl entsprechend abgeändert werden muß, wenn man eine harte Komponente der γ-Strahlung von *RaC* behandelt, ist allerdings richtig; sie ist aber auch mit der Intensität der Strahlung verknüpft, über die ich keine theoretischen Schlüsse machte und deswegen konnte ich nicht auf die Änderung der Eveschen Zahlen Rücksicht nehmen. Bei all diesen meinen theoretischen Ausführungen handelte es sich für mich nur um ein Beispiel einer möglichen Erklärung der geheimnisvollen Höhenstrahlung durch bekannte Tatsachen, und prinzipiell um eine qualitative Erklärung.

Die Einwände von Herrn Kolhörster[4]) sind teilweise schon oben beantwortet.

Herr Kolhörster sagt, daß „doch alle Absorptionsversuche mit Blei bisher keine eindeutigen Ergebnisse geliefert haben" und zitiert dazu die Arbeiten von Gish[5]), Hoffmann[6]), Otis und Millikan[7]), was meiner Ansicht nach nicht ganz richtig ist.

Die Arbeit von Gish ist mir leider nur aus dem Referate des Herrn Kolhörster[1]) bekannt; daraus ersieht man, daß Gish für den Absorptionskoeffizienten in Blei für die Höhe von 359 m einen Wert von 1,22 (!), für die Höhe von 4308 m nur 0,45 cm^{-1} bekommen hat. Herr Kolhörster hat in seinem Referate gesagt, „daß der Absorptionskoeffizient mit der Höhe abnimmt, und daß wahrscheinlich die Höhenstrahlung durchdringender als die harte γ-Strahlung radioaktiver Substanzen ist". Da ich nichts Näheres über den Versuchsgang von Gish kenne, kann ich nur betonen, daß der erste Wert, $\mu = 1{,}22$ cm^{-1}, außerordentlich hoch liegt und für γ-Strahlen von *RaC* bisher unbekannt ist[2]), der niedrigste Wert, nämlich $\mu = 0{,}45$ cm^{-1}, aber dem gewöhnlichen Absorptionskoeffizienten *RaC* gemischter γ-Strahlung entspricht. Aus dem Referate des Herrn Kolhörster ist es nicht klar, wie Gish für einen und denselben Vorgang so verschiedene Resultate bekommen konnte und ebenso unklar bleibt, wie Herr Kolhörster in dieser Arbeit eine Stütze gegen meine Resultate sehen kann.

Dasselbe gilt für die zweite von Herrn Kolhörster angeführte Arbeit. Hoffmanns Resultate sind wohl einwandfrei und stimmen mit meinen überein; außerdem wurden sie mit einer Apparatur gemacht, die alle bisherigen, auch die von dem Herrn Referenten für die Wasserabschirmungsversuche benutzte, weit an Empfindlichkeit übertrifft.

Und auch die letztgenannte Arbeit, nämlich die von Otis und Millikan, widerspricht eher dem Einwande des Herrn Kolhörster als daß sie eine Stütze für diesen liefert. Die Arbeit[3]) bespricht die Versuche, die man auf dem Gipfel von Pike's Peak (4308 m) ausführte und zwar mit einem Bleischirm von 5 cm Dicke. Die beiden Autoren schließen aus ihren Resultaten, daß „there exists no such penetrating radiation as we have assumed", die nämlich nach Herrn Kolhörster einen Absorptionskoeffizienten von $2{,}5 \cdot 10^{-3}$ cm^{-1} für Wasser haben sollte. Und ferner sagen Otis und Millikan, nachdem sie gelegentlich eines Schneesturmes dieselbe Änderung des Ionisationseffektes in der abgeschirmten Ionisationskammer wie in einem anderen ohne Schirm bekommen haben, „we interpret this result also as meaning that the whole of the penetrating radiation is of local origin". Schließlich sagen sie, was besonders interessant ist, als ihre Erklärung der soge-

1) Behounek, Journ. de Physique et le Radium (6) 6, 397, 1925.
2) Ibid. cit.
3) Hoffmann, Physik. Zeitschr. **27**, 295, 1926.
4) Physik. Berichte **7**, 576, 1926.
5) Gish, Phys. Rev. **13**, 155, 1919.
6) Hoffmann, Physik. Zeitschr. **26**, 669, 1925.
7) Otis und Millikan, Phys. Rev. **23**, 778, 1924.

1) Physik. Berichte **7**, 52, 1926.
2) Vergleiche Meyer-Schweidler, Radioaktivität, S. 249.
3) Neuestens ausführlich Phys. Rev. **27**, 645, 1926 publiziert.

nannten „durchdringenden Strahlung": „how such quantities of radioactive material get into the upper air is as yet unknown".

Jetzt sagt Herr Kolhörster, daß „seine Absorptionsmessungen 1923 und 1924 an Wasser, Luft und Eis einwandfrei den Absorptionskoeffizienten für die Höhenstrahlung bestimmen können, der nunmehr von Millikan[1]), von Myssovsky und Tuwim[2]) bestätigt worden ist". Herr Kolhörster selbst[3]) bei seinen Absorptionsmessungen für Luft und Wasser hat Ergebnisse bekommen, die für μ_{H_2O} Werte zwischen 5 und $1{,}6 \cdot 10^{-3}$ cm^{-3} ergeben, was schwer als einwandfrei angesehen sein kann. Daß Wasser kein einwandfreies Medium für diese Untersuchungen vorstellt, ist aus der letzterschienenen Arbeit Hoffmanns[4]) ersichtlich, wo er eine Steigerung der Intensität der abgeschirmten Strahlung bis zu 70 Proz. durch Streuungseffekt des Wassers findet. Zugleich kann man auch einwenden, daß bei allen bisherigen Wasser- oder Eis-Abschirmungsversuchen, die in Europa durchgeführt wurden, jede Bestimmung des Radiumgehaltes des betreffenden Absorptionsmittels fehlt, obwohl dieser eine wichtige Rolle spielen könnte, wie z. B. Millikan[5]) gefunden hat. Zur zitierten Arbeit Millikans sei bemerkt, daß diese wenigstens ebensogut mit der Hoffmannschen und meinen, wie mit den früheren Ansichten Herrn Kolhörsters übereinstimmt. In der deutschen Übersetzung seiner Arbeit[5]) sagt Millikan zu den Pike's Peak-Versuchen: „wenn einige von den durchdringenden Strahlen kosmischen Ursprungs waren, mußte die von ihnen herrührende Ionisation in unserem Elektroskop in Seehöhe viel geringer sein als zwei Ionen", wie Herr Kolhörster angenommen hat. Das stimmt aber mit meinen Resultaten und denen von Hoffmann sehr gut überein, da ich in den Grenzen der Empfindlichkeit meiner Apparatur durch Bleiabschirmungsversuche zeigen konnte, daß wenigstens 50 Proz. von diesen zwei Ionen durch Strahlen bekannter Durchdringungsfähigkeit dargestellt sind, und Hoffmann mit seiner sehr empfindlichen Apparatur hat diesen Betrag sogar auf 5 Proz. herabgesetzt[6]). Die Millikanschen Versuche hatten ebenso bewiesen, daß der Hauptbestandteil der sogenannten durchdringenden Strahlung der Atmosphäre von bekannter Frequenz ist; ob ihr Ursprung durch den Compton-Effekt oder durch direkte primäre Strahlenemission gegeben ist, ist eine andere Frage und bleibt noch offen.

Mich wundert noch, daß Herr Kolhörster gerade die Millikansche Arbeit anführt, obwohl Millikan in derselben Arbeit betont, daß er einen anderen, viel durchdringenderen Strahlungsvorgang gefunden hat[1]). Auch die Ballonversuche von Millikan und Bowen[2]) sind nicht im Einklang mit den Kolhörsterschen. Zwischen den Werten von Millikan und Bowen einerseits und Kolhörster andererseits besteht immer eine erhebliche Differenz, obwohl sie weniger als 75 Proz. ergibt, wie Hess in letzterschienener Arbeit betont hatte[3]).

Bei diesen Ballonversuchen von Millikan und Bowen hat man wieder einen Temperatureffekt auf die Fadendivergenz beobachtet[4]) und man kann sich wohl fragen, ob ein solcher Temperatureffekt nicht den Unterschied zwischen den Meßresultaten von Hess und Kolhörster einerseits und Millikan und Bowen andererseits zu erklären vermöchte. Ich habe bei den vor kurzer Zeit während der Amundsenschen Polarexpedition in Kingsbay auf Spitzbergen mit Wulfschem Elektrometer durchgeführten Messungen manchmal solche abnormale Ladungsverluste beobachtet, die ich nur durch Temperatureinwirkung erklären konnte. Diese Frage des Temperatureffektes auf die Ionisationswerte, die in höheren Schichten der Atmosphäre gefunden waren, wurde schon einmal diskutiert und man hat einen negativen Standpunkt angenommen, es wäre aber vielleicht nützlich, sie einer Revision zu unterwerfen.

Die Resultate von Myssowsky und Tuwim, die bei Wasserabschirmungsversuchen im Onega-See bekommen wurden, sind mit den Millikanschen nicht gut vereinbar. Die Autoren hatten bei 7,5 m Tiefe 48 Proz., bei 10 m noch 46 Proz. der Oberflächenstrahlung bekommen, dagegen hat Millikan in Muir Lake, einem See von einigen 100 Fuß Tiefe, in 15 m nur 25 Proz. des Oberflächenwertes bekommen. Auch der Wert des daraus abgeleiteten Absorptionskoeffizienten, nämlich 0,36 m^{-1} H_2O, nähert sich nur der oberen von Millikan angegebenen Grenze $\mu = 0{,}30$ m^{-1} (in Wasser). Auf den Streuungsvorgang im Wasser und seinen Radiumgehalt wurde, wie gewöhnlich, bei Myssowsky und Tuwim weder in der zitierten, noch in

1) Millikan, Proc. Nat. Acad. Amer. **18**, 48, 1926, deutsch Ann. d. Phys. **79**, 576, 1926.
2) Myssovsky-Tuwim, Zeitschr. f. Phys. **35**, 299, 1926.
3) Kolhörster, Sitzungsber. Preuß. Ak. Wissensch. **34**, 371, 1923.
4) Hoffmann, Physik. Zeitschr. **27**, 296, 1926.
5) Millikan, Ann. d. Phys. **79**, 576, 1926. Dasselbe in Proced. of the Nat. Acad. of Sciences of the U. S. **27**, 658, 1926.
6) Hoffmann, Physik. Zeitschr. **27**, 297, 1926.

1) loc. cit. S. 577.
2) Millikan-Bowen, Phys. Rev. **27**, 353, 1926.
3) Hess, diese Zeitschr. **27**, 405, 1926.
4) loc. cit. S. 360.

der letzterschienenen Arbeit[1]), wo sie die Richtungsmessungen, die für die Höhenstrahlung in einem Wasserturm unternommen wurden, beschreiben, keine Rücksicht genommen.

Die einwandfreiesten Resultate möchte man wohl, wie Hess (loc. cit.) meint, bei Messungen im Flugzeug bekommen. Einerseits ist dabei die Erdstrahlung ganz ausgeschlossen, andererseits können sich alle Messungen auf die Abschirmung des Ionisationsanstieges beschränken. Selbst wenn für diesen der niedrige Wert von Millikan als richtig angesehen wird, würde die Vermehrung der Ionisation noch ziemlich bedeutend sein, so daß ein meßbarer Effekt schon in 5000 m Höhe zu erwarten wäre. Und wird man mit mehreren genau gleich gebauten Elektrometern, von denen die einen ohne Schirm, die anderen mit Schirm von verschiedener Dicke versehen sind, arbeiten, so kann man wohl entscheidende Resultate bekommen. Es entfallen dabei alle Einwände gegen den Radiumgehalt des Schirmes oder wegen des Temperatureinflusses, wenn mit denselben Apparaten auch die Grundmessungen auf der Erde durchgeführt werden. Dabei wird es sich empfehlen, die Ionisationskammer getrennt von dem Elektrometer aufzubauen und diesem möglichst kleine Dimensionen zu geben, zugleich auch mit Überdruck in der Ionisationskammer zu arbeiten, damit auch seine Dimensionen und das Panzergewicht beschränkt werden können.

Vorbereitungen zu Messungen von dieser Art wurden schon in hiesigem Institut in Gang gesetzt.

1) Myssowsky-Tuwim, Zeitschr. f. Phys. **36**, 615, 1926.

Prag, Staatl. Radiologisches Institut, den 2. Juni 1926.

(Eingegangen 8. Juni 1926.)

Kurvenzeichenapparat zu einer Projektionswellenmaschine.

Von Franz Strieder.

Kürzlich hat in dieser Zeitschrift Herr Franz Schramm[1]) eine Projektionswellenmaschine für longitudinale Wellen angegeben, die gegenüber der Darstellung dieser Wellen mit dem Apparat von Wheatstone einen großen Fortschritt darstellt. Nur die Herstellung der Projektionsbilder auf Film nach einer Zeichnung erscheint etwas mühsam.

1) Franz Schramm, Beiträge zur Wellendemonstration. Physik. Zeitschr. **27**, 224—226, 1926.

Es soll daher im folgenden eine einfache kinematische Anordnung in zwei Ausführungsformen beschrieben werden, mit der man ohne Schwierigkeit, und vor allem in sehr kurzer Zeit die Kurvenscharen für eine schwingende Punktreihe auf die Glastrommel automatisch aufzeichnen kann. In der einfachsten, leicht behelfsmäßig herzustellenden Form ist diese Einrichtung in den Figuren 1 und 2 dargestellt. Die Glastrommel a bringt man zweckmäßig mit einer passenden Fassung versehen am einen Ende der Achse b einer Schwungmaschine an[1]). Das andere Achsenende trägt eine Scheibe c mit Löchern d in gleichem Abstand voneinander auf einem Kreise (Teilscheibe), in welche ein Stift e eingesteckt werden kann. Diesen Stift, der als Kurbelzapfen dient, umfaßt das eine Auge einer Schubstange f, welche mit ihrem zweiten Auge an dem Winkelhebel g—h, der um den Bolzen i drehbar ist, angreift. Der kurze Arm des Winkelhebels trägt bei k ein passendes Schreiborgan, Feder, Spitze oder einen kleinen Pinsel, je nach Art des gewählten Schreibvorganges. Der Lagerbolzen i ist auf einer Grundplatte l mit Einspannzapfen angeordnet, auf welcher noch eine Brücke m befestigt ist, um die Führung des Winkelhebels in seiner Ebene senkrecht zur Achse des Bolzens zu sichern. Bei der einfachsten Anordnung wird l in einem Stativ gehalten und zur Trommel a so ausgerichtet, daß das Schreiborgan störungsfrei arbeiten kann. Die Vorrichtung wirkt, wie leicht ersichtlich, folgendermaßen. Dreht man die Trommel und damit die Teilscheibe einmal herum, so erfährt das Ende des langen Winkelhebelarmes einen Hin- und Rückgang und ebenso das Schreiborgan k eine Ausweichung nach rechts und links von einer gedachten Nullinie auf dem Trommelumfang. Diese Nullinie geht durch einen Punkt der Punktreihe in seiner Ruhelage. Das Ergebnis ist die Aufzeichnung einer in sich zurückkehrenden Kurve. Hat die Teilscheibe etwa n Löcher, so teilt man die nutzbare Trommelbreite ebenfalls in n Teile, n schwingenden Punkten entsprechend, beginnt, indem man den Stift e in das erste Teilloch einsteckt, die Grundplatte l so einstellt, daß die Schreibspitze den ersten gedachten Teilpunkt auf der Trommel berührt und erteilt der Trommel eine Umdrehnng, dann steckt man e in das nächste Teilloch und verschiebt l um eine

1) Als Trommel diente bei meinen Versuchen eine Kristallisierschale mit 10 cm hohem zylindrischem Rand und ebenem Boden von 25 cm Durchmesser, der an drei Punkten durchbohrt und mit drei Holzschrauben unter Zwischenlage von Gummiringen auf einer an der Schwungmaschinenachse sitzenden Holzscheibe festgeschraubt war, derart, daß der Trommelmantel gut zentrisch lief.

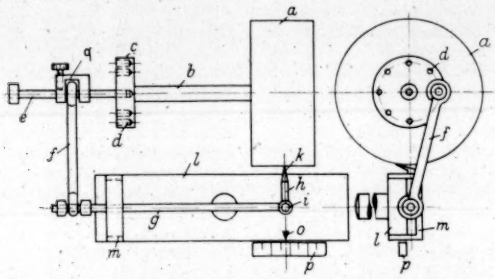


Fig. 1 u. 2.

Teilung der Punktreihe. Dies ist leicht ausführbar, wenn man l mit einem Index bei o versieht und nach einer feststehenden Punktreihenteilung p einstellt, gegebenfalls auch durch entsprechende Axialverschiebung der Trommel auf der Schwungmaschinenachse. Falls man durch Verschiebung von l einstellt, muß der Stift e etwas länger als die Nutzlänge der Trommel ausgeführt werden, damit die Schubstange den Verschiebungen ihres Angriffspunktes am Ende des langen Winkelhebelarmes folgen kann. Man kann dann durch passende Festklemmung der beiden miteinander verbundenen Stellringe q erreichen, daß die Schubstange nach jeder Verschiebung von l wieder in einer senkrecht zur Drehachse b stehenden Ebene schwingt. Streng genommen müßten beide Enden der Schubstange Kugelzapfenlagerung erhalten. Stellt man jedoch die Schubstange aus einem runden Draht, mit angebogenen Augen her, so arbeitet auch diese Ausführung ohne merkliche Fehler. Die Teilscheibe liefert beim Zeichnungsvorgang die Verschiebung der aufeinander folgenden Kurven gegeneinander, die Parallelverschiebung von l entspricht der Teilung der Punktreihe, während die Scheitelamplituden der Kurven vom Lochkreisdurchmesser der Teilscheibe und dem Verhältnis der Winkelhebelarme abhängen. Mit einer derartigen Vorrichtung konnte ich in einigen Minuten eine Schar von acht Kurven auf die Trommel aufzeichnen, die bei der Projektion ein recht befriedigendes Bild ergeben. Zum Schreiben wurde eine gewöhnliche Schreibfeder und eine ziemlich zähflüssige Stempelfarbe benutzt.[1] Die Glastrommel war vorher mit Alkohol gereinigt worden. Es genügt im allgemeinen die Aufzeichnung einer einzigen Kurve für einen Trommelumgang, bzw. einen Punkt der Punktreihe, falls man bei der Projektion die Trommel genügend schnell dreht.

Nicht verschwiegen darf werden, daß der beschriebene Apparat naturgemäß keine exakten Sinuskurven (in der Abwicklung) liefern kann. Jedoch sind die Abweichungen zu unbedeutend, als daß sie im Projektionsbilde erkennbar wären. Die Ursache der Verzerrung der Kurven ist dadurch bedingt, daß die Schubstange f infolge ihrer endlichen Länge den Endpunkt des langen Winkelhebelarmes nicht entsprechend dem aus der Kreisbewegung eines Punktes mit konstanter Winkelgeschwindigkeit sich ergebenden Sinusgesetz führt, sondern Bogenprojektionen ausführt, wodurch die Ordinaten der Kurven für Hin- und Rückgang des Schreibstiftes ungleich und damit fehlerhaft werden. Ein ähnlicher Fehler, wenn auch in geringerem Maße, entsteht durch die Kreisbewegung des Endes des langen Winkelhebelarmes, ebenso ist die Kreisbewegung der Schreibspitze relativ zur Mantellinie der Trommel unzweckmäßig.

Es sei daher noch eine Anordnung (Fig. 3 u. 4) beschrieben, welche diese Mängel vermeidet und zugleich in konstruktiver Beziehung vervollkommnet ist. Die Trommelachse trägt zentrisch eine Scheibe a mittels des U-förmigen Bügels b. Eine zentrale Bohrung von a nimmt den gut eingepaßten, in a drehbaren Bolzen c auf, der am vorderen Ende fest in die Scheibe d eingeschraubt ist, am anderen Ende dagegen die Rändelmutter e trägt, mittels welcher d fest mit a gekuppelt werden kann. Die Mutter e ist rechts und links vom Bügel b leicht greifbar. Die Scheibe d hat den gleichen Durchmesser wie a und hat am Zylindermantel eine Teilung von etwa 24 Löchern, in welche der an a angebrachte Indexstift f durch Federdruck einschnappen kann. Die Scheibe d kann also nach Lösen von e und Hochziehen des Indexstiftes gegen a verdreht werden, durch Einfallenlassen dieses Stiftes in gewünschter Winkelstellung eingestellt und durch Anziehen von e fest mit a verbunden werden. In d ist der T-förmige Schlitz g diametral angeordnet zur Aufnahme des Bolzens h, der sich in dem breiteren Teile des Schlitzes

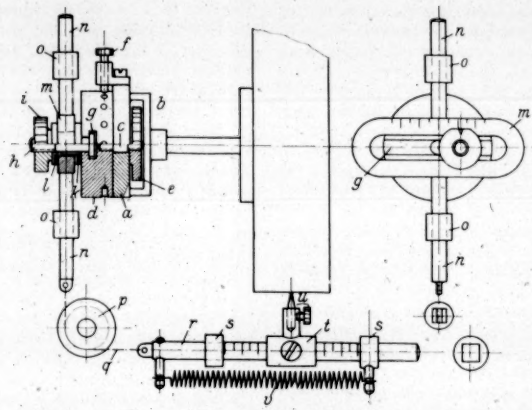


Fig. 3 u. 4.

mittels eines Vierkantkopfes verschiebbar, aber nicht drehbar bewegen kann. Auf dem Bolzen h sitzt die mit einem Bund versehene Büchse k und die Unterlegscheibe l, beide durch Feder und Nut gegen Drehung um den Bolzen gesichert. Beide können mittels der Rändelmutter i fest an die Scheibe d gepreßt werden. Die zwischen k und l entstandene Ringnut bildet nun das Lager für die Kurbelschleife m, die mit Führungsstiften n von quadratischem Querschnitt parallel zu sich selbst in den Lagern o verschiebbar ist. Die Entfernung des Bolzens h von der Drehachse, gleich der verlangten Amplitude der zu zeichnenden Kurven, kann nach der an dem einen Schenkel der Kurbelschleife angebrachten Millimeterteilung gegen einen Indexstrich, den die Scheibe l trägt, eingestellt werden. Hierbei muß sich die Kurbelschleife in der Mittelstellung zwischen den Lagern o befinden, was sich nach einer an einem der Führungsstifte n zu denkenden Marke leicht ausführen läßt. Die Bewegung der Kurbelschleife wird durch eine um die Führungsrolle p gelegte Gallsche Kette q auf den vierkantigen, in den Lagern s ebenfalls ohne Verdrehungsmöglichkeit gleitenden Stab r übertragen, der die nach Millimeterteilung verschiebbare, und auf s festklemmbare Hülse t mit Einspannvorrichtung u für ein Schreiborgan trägt. Eine Spiralfeder v erhält die Kette q in gespanntem Zustande und ermöglicht ein spielfreies Arbeiten der Teile. Die Verschiebbarkeit des Schreiborgans erlaubt die Verschiebung der Kurven gegeneinander entsprechend der Teilung der Punktreihe. Da die Kurbelschleife die Ordinaten der Sinuskurven fehlerfrei erzeugt und dieselbe ohne Verzerrung durch schwingende Hebel unverändert auf das Schreiborgan überträgt, ist diese Anordnung von den Mängeln der zuerst beschriebenen vollkommen frei. Will man mehrere Sinuskurven während eines Trommelumganges erzeugen, so ist zwischen der Trommel und der Winkelteilvorrichtung ein geeignetes Zahnrädervorgelege einzuschalten.

Die Zeichnung stellt nur die wesentlichen Teile der Anordnung dar. Von einer Darstellung der Teile, welche die einzelnen Lager verbinden, wurde abgesehen, da deren Anordnung davon abhängt, ob die Vorrichtung an einer Schwungmaschine angebracht, oder ein einheitlicher Apparat für sich hergestellt werden soll.

Marburg/Lahn, Physikalisches Institut d. Univ., Juli 1926.

(Eingegangen 7. Juli 1926.)

Überlichtgeschwindigkeit und Relativitätstheorie.

Von L. Strum.

In dieser Zeitschrift ist vor kurzem eine Abhandlung von Robert Bass „Über das spezielle Relativitätsprinzip und die Grenzgeschwindigkeit“ erschienen[1]), in der der Verfasser zu Ausführungen kommt, die ich auf ähnlichem Wege vor Jahren gemacht und die ich in einer Abhandlung im Jahre 1923 veröffentlicht

1) R. Bass, Physik. Zeitschr. **27**, 74 u. 211, 1926.

habe[1]), welche dem Verfasser wahrscheinlich unbekannt geblieben ist. Ich bemerke mit Genugtuung, daß ein anderer Verfasser ganz unabhängig von mir denselben Standpunkt vertritt; so z. B. fällt die Formel II in der Abhandlung von Herrn Bass dem Inhalte nach mit Formel (6) in meiner Abhandlung zusammen, die Formel III bei Bass mit den Formeln (10a) und (11a) bei mir, die Formel VII bei Bass mit Formel (10) bei mir, selbst die Verwendung der Minkowskischen Figur in einer Ergänzung im 7. Hefte dieser Zeitschrift mit meiner Fig. 4 usw.

In seiner Abhandlung erörtert Herr Bass eine sehr interessante Erwiderung des Herrn Thirring gegen die Möglichkeit einer Überlichtgeschwindigkeit, welche besagt: Wird ein Signal vom Punkte o nach dem Punkte B auf der x-Achse des Systems S abgesandt mit einer Geschwindigkeit V mit Bezug auf dieses System, und wird unmittelbar nach Empfang des Signals in B mit einem Signal von umgekehrter Richtung und derselben Geschwindigkeit in bezug auf das System S' erwidert, wobei das System S' eine Geschwindigkeit V gegen das System S längs der x-Achse hat, so kann die „Antwort" in o vor der „Frage" ankommen, und dabei kann es geschehen, daß die Fragestellung aus irgendeiner Ursache aufgehoben wird.

Vor allem sei bemerkt, dasselbe Signal, „abgespiegelt" in B, kann nicht in o „vor" seiner Absendung ankommen, da seine Geschwindigkeit gleich V nur im System S ist, und im zweiten System wird sie durch die Einsteinsche Formel

$$V' = \frac{V - v}{1 - \frac{Vv}{c^2}} \qquad (6)^2)$$

ausgedrückt. Darum ist die Zeit, welche das Signal braucht, um den Weg von o bis B und zurück durchzumachen, einer positiven Größe $\frac{2x}{V}$ gleich, wo x die Koordinate des Punktes B ist. Die Annahme, daß die Geschwindigkeit des Signals gleich V auch im System S' ist, bedeutet eine stillschweigende Übertragung des Postulats von der Konstanz der Geschwindigkeit unabhängig vom Bezugssystem, welches nur für die Lichtgeschwindigkeit festgestellt ist, und nicht für Geschwindigkeiten, welche kleiner oder größer (wenn letztere überhaupt möglich) als die Lichtgeschwindigkeit sind.

In der vorigen Abhandlung habe ich darauf hingewiesen, daß in der relativistischen Hydrodynamik sich eine die Lichtgeschwindigkeit übertreffende Größe für die Ausbreitung longitudinaler Wellen in einer Flüssigkeit mit genügend kleiner Zusammendrückbarkeit ergibt. Stellen wir uns vor, daß in einem Meer von einer solchen Flüssigkeit ein Signal nach einem im Meer sich bewegenden Schiffe abgesandt und von demselben erwidert würde. Dann würde V die Geschwindigkeit des Signals nicht in bezug auf das Schiff, sondern in bezug auf das Meer bezeichnen, und das Signal würde in o nach der Zeit $\frac{2x}{V}$ nach seiner Absendung ankommen.

Natürlich ist die Absendung eines anderen Signals denkbar von der Geschwindigkeit V jetzt schon in bezug auf das System S', wobei das Signal im selben Augenblick abgesandt wurde, wenn im Punkte des System S', welcher mit B zusammenfällt, das erste Signal angekommen ist. Aber in diesem Falle würden wir nur die Wiederholung der ersten Erscheinung haben, d. h. verschiedenes Vorzeichen für die Zeit der Ausbreitung des Signals in beiden sich bewegenden Systemen. Dann kann auch die Summe zweier Werte, eines positiven und eines negativen, für die Zeit der Ausbreitung zweier Signale im System S negativ ausfallen. Um die Größe für die Zeit zu erhalten, um wieviel „die Antwort die Frage überholt", genügt es, in die Formel (8) meiner früheren Abhandlung die Größe V' der Formel (6) einzusetzen und mit der rechten Seite der Formel (8) zu addieren. Wir werden dann die Größe

$$t = \frac{x}{V} + \frac{x\left(1 - \frac{Vv}{c^2}\right)}{V - v} = x \cdot \frac{2V - v - \frac{V^2 v}{c^2}}{V(V - v)} \qquad (8a)$$

erhalten. Eine einfache Untersuchung ergibt, daß $t < 0$, wenn

$$V > \frac{c^2}{v}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)$$

ist.

Die angeführten Folgerungen aus der Relativitätstheorie dürfen nicht so gedeutet werden, daß „man würde ein bewirktes Ereignis ... vor dem bewirkenden wahrnehmen"[1]). In allen Fällen hat die Folgerung nach der Ursache statt, aber die Bestimmung von Ursache und Folgerung kann verschieden in verschiedenen Systemen sein: Um die Relativität des Kausalitätsbegriffes im Falle der Überlichtgeschwindigkeit zu erläutern, wollen wir die Bedingungen überlegen, bei welchen die Geschwindigkeiten V und V' eines Prozesses in zwei Systemen von verschiedenem Vorzeichen sind.

1) L. Strum, Zeitschr. f. Phys. **20**, 36, 1923.
2) L. Strum, l. c., S. 40.

1) R. Bass, l. c.

Die Ungleichung

$$\frac{V-v}{1-\frac{vV}{c^2}} < 0 \qquad (a)$$

hat zwei Lösungen:

$$V < v \qquad (b)$$

und

$$V > \frac{c^2}{v} \qquad (c)^1)$$

(für positive Werte von v und V).

Ist ein Signal mit einer Geschwindigkeit V, welche (b) genügt, im System S aus dem Punkte o in der Richtung der positiven Achse abgesandt, so wird es im System S' als aus demselben Punkte o abgesandt, und sich nach der negativen Richtung der x-Achse ausbreitend erscheinen.

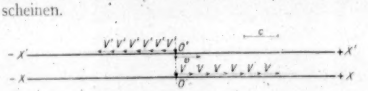


Fig. 1.

In der beigefügten Fig. 1 sollen die zwei parallelen Geraden die x- bzw. x'-Achse zweier Systeme wiedergeben; die von den Koordinatennullpunkten o bzw. o′ oberhalb der Achsen nacheinander folgenden Pfeile sollen die bezüglichen Geschwindigkeiten des Signals in beiden Systemen darstellen; der unterhalb der x'Achse gezeichnete Pfeil stellt die Geschwindigkeit des Systems S' relativ zum System S dar. Die relativen Größen der Pfeile sind so gewählt, als wenn die Geschwindigkeiten sich untereinander so verhielten:

$v = \frac{3}{4}c$; $V = \frac{1}{2}c$; $V'' = -0{,}4\,c$ (nach Gl. (6)).

In dem Minkowskischen Diagramm wird das Erscheinen eines solchen Signals in irgendeinem Punkte des Raumes durch einen Weltpunkt innerhalb des Winkels UOU' dargestellt sein (s. Fig. 4 meiner zitierten Abhandlung). Ein solcher Punkt hat eine positive Koordinate t' und eine negative Koordinate x'.

Ganz anders verläuft die Erscheinung, wenn der Nenner in der rechten Seite von (8) negativ wird. Das Auftreten eines Signals von einer Geschwindigkeit, welche der Bedingung (c) genügt, wird im Minkowski-Diagramm durch einen Weltpunkt B innerhalb des Winkels XOX', wobei der Weltpunkt eine positive Koordinate X' und eine negative Koordinate t' hat, dargestellt sein[2]).

Ein Beobachter im System S' wird das Signal als sich in der negativen Richtung der x-Achse ausbreitend (wie im vorigen Falle) sehen, aber nicht als aus dem Punkte o kommend, sondern aus unendlicher Entfernung auf der positiven x-Achse und sich in der negativen Richtung der x-Achse entfernend. Dieser Fall ist in der Fig. 2 symbolisch wiedergegeben. Wir sehen,

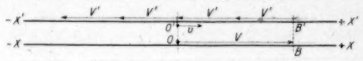


Fig. 2.

daß die Geschwindigkeit V im System S im Punkte o beginnt, während die Geschwindigkeit V' im System S' aus $+\infty$ kommt.

Deshalb wird im System S' das Auftreten des Signals im Punkte o die Folgerung seines Auftretens im Punkte B und somit die Ursache für das Auftreten des Signals in einem Punkte mit negativer Koordinate x sein.

In gleicher Weise wird das Signal, welches als „Antwort" im System S' auftritt und sich in diesem System mit der Geschwindigkeit V vom Punkte B' nach o′ ausbreitet, im System S als sich aus einem unendlich entfernten Punkte auf der negativen x-Achse und durch o nach B mit der Geschwindigkeit V'' ausbreitend, erscheinen. Dies ist in der Fig. 3 wiedergegeben.

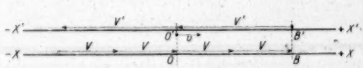


Fig. 3.

(Die Größen der Pfeile in den Fig. 2 u. 3 entsprechen den Verhältnissen: $v = \frac{3}{4}c$; $V = 3{,}4\,c$; $V'' = -1{,}7\,c$). Erst nachdem dieses Signal den Punkt o erreicht, wird aus dem letzten ein Signal mit der Geschwindigkeit V nach der positiven Richtung der x-Achse abgesandt werden (s. Fig. 2). Deshalb wird das letzte Signal, welches im System S' als Ursache des aus B austretenden „Antwortsignals" dient (und im System S' eine Richtung hat, die der Richtung im System S umgekehrt ist), im System S als Folgerung eines Signals auftreten, welches aus der negativen Richtung der x-Achse nach dem Punkt o kommt.

In jedem der beiden Bewegungssysteme wird das Kausalgesetz vollkommen eindeutig festgestellt; die Bestimmung von Ursache und Folgerung ist dagegen in beiden Systemen verschieden.

Der Kausalitätsbegriff ist unmittelbar mit dem Begriffe von nichtumkehrbaren Vorgängen verknüpft[1]). In der vierdimensionalen Welt (im

1) Vgl. L. Strum, l. c., S. 42.
2) L. Strum l. c., S. 41–42.

1) Siehe z. B. M. Planck, Die Einheit des physikalischen Weltbildes.

Sinne Minkowskis) wird ein umkehrbarer Vorgang durch eine Weltlinie dargestellt (im Falle gleichförmiger Ausbreitung ist diese Linie eine Gerade), welche als solche keine Richtung hat. Für die Richtung des Vorganges wird eine solche Richtung der Weltlinie angenommen, bei welcher die Koordinate t wächst. Im Falle einer Überlichtgeschwindigkeit kann diese Richtung umgekehrt werden in Abhängigkeit von der Lage der Koordinatenachsen von Raum und Zeit, d. h. im physikalischen Sinne, von der Geschwindigkeit der relativen Bewegung der (räumlichen) Bezugssysteme[1].

1) Die im letzten Absatz diskutierte Frage gedenke ich nächstens speziell zu behandeln.

Kiew, Polytechnisches Institut, Juni 1926.

(Eingegangen 17. Juni 1926.)

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Besorgt von R. Seeliger.

Die magnetische Anfangspermeabilität.

Von Wilhelm Vogel.

Untersuchungen über den Ferromagnetismus sind in den letzten Jahren fast nur in technischen Kreisen gemacht worden, wo industrielle Bedürfnisse, sei es für Starkstrom, Funk- oder Nachrichtentechnik, vorlagen. Insbesondere hat die Untersuchung der magnetischen Anfangspermeabilität eine Reihe überraschender Ergebnisse erzielt, die dann auch gleich technische Anwendung gefunden haben, worauf am Schluß dieser Ausführung kurz hingewiesen werden soll. Diese Untersuchungen sind daher zumeist in technischen Zeitschriften veröffentlicht worden und sollen im folgenden soweit referiert werden, als ihre Ergebnisse allgemein physikalisches Interesse beanspruchen.

Die Definition der magnetischen Anfangspermeabilität (AP) ist gegeben durch den Schnittpunkt der Permeabilitätskurve mit der Ordinate im Punkte o der Abszisse $\mathfrak{H}$. Die AP hat für den Quotienten $\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}} = \mu_0$ nicht den Wert 1, sondern einen endlichen, der je nach dem Material, zwischen 1 und 12000 variiert.

Die Untersuchungen über den Verlauf der Permeabilitätskurve im Gebiet der kleinsten Induktion hat schon Lord Rayleigh 1887 (1) angestellt. Er fand zuerst mit Bestimmtheit, daß die Permeabilität, extrapoliert auf die Feldstärke o, einen endlichen Wert habe. Es ist nun lange Zeit darüber gestritten worden, ob dieser Wert der Permeabilität im Bereiche einer ganz kleinen Feldstärke eine Konstante sei oder eine schwach ansteigende Tendenz habe. Rayleigh fand eine schwach geneigte Gerade, die er durch die Gleichung $\mu = a + b\mathfrak{H}$ darstellte. Für sehr kleine Feldstärken (kleiner als 0,05 Gauß) kann also μ_0 praktisch als konstant angenommen werden. Die älteren Untersuchungen, beispielsweise von Baur (2) und Schmidt (3), brachten weitere Klärungen weder über diese Frage noch über die Bedeutung und Größe des Steigungsmaßes der Geraden. Die Schwierigkeit, solch kleine magnetische Kräfte nachzuweisen und exakt zu messen, des weiteren die ungenügende Entmagnetisierung der Proben mögen wohl die Ursache gewesen sein, daß vor den Untersuchungen von Gumlich und Rogowski (4) 1911 nichts

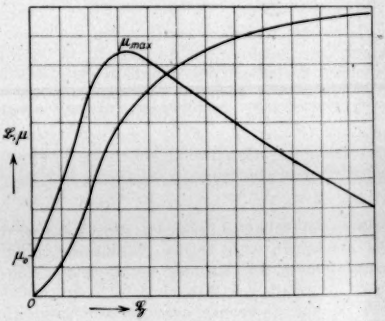


Fig. 1. Normale Magnetisierungs- und Permeabilitätskurve.

wesentlich Neues und Entscheidendes über dieses Gebiet zutage gefördert wurde. Zu erwähnen ist nur eine Arbeit von Panebianco (5), der als Erster die erstaunliche Tatsache fand, daß gewisse Nickel-Eisen-Legierungen eine höhere Anfangspermeabilität besitzen als reines Eisen oder Nickel allein.

Inzwischen hatte R. Gans (6) den Begriff der reversiblen Permeabilität eingeführt, der mit der Anfangspermeabilität (AP) im Zusammenhang steht und daher im folgenden stets mit berücksichtigt werden soll (1907, 1911). Gans suchte auf dem großen Umlauf der Magnetisierungs-

schleife nach einfachen reversiblen Vorgängen, die allen magnetischen Stoffen gemeinsam sein sollen. Er definierte seine reversible Permeabilität (RP) wie folgt:

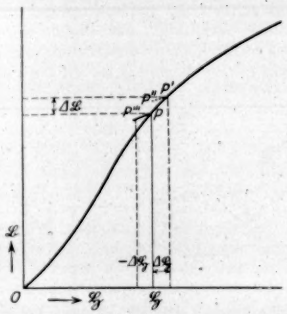


Fig. 2.

Im Punkte P der $\mathfrak{B}\mathfrak{H}$ Kurve (Fig. 2) ist $\mu = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}}$. Schreitet man auf dieser Kurve um $\Delta\mathfrak{H}$ weiter, bis P', so steigt $\mathfrak{B}$ um $\Delta\mathfrak{B}$, $\frac{\Delta\mathfrak{B}}{\Delta\mathfrak{H}}$ ist nun verschieden von μ im Punkte P. Geht man

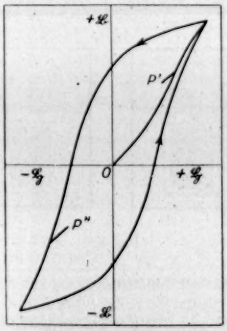


Fig. 3.

nun vom Punkte P' um $\Delta\mathfrak{H}$ zurück, so kommt man nicht mehr auf den Punkt P, sondern auf einen andern, P'', zurück. Anders dagegen, wenn man im Punkte P um $-\Delta\mathfrak{H}$ zurückschreitet. Macht man diesen Schritt genügend klein, so kann man wieder auf P zurückkommen, wobei dieser Schritt aber nicht in die jungfräuliche oder Neu-Kurve fällt, aber auch nicht ihre Tangente darstellt. Stets aber wird man auf einem genügend kleinen $\Delta\mathfrak{H}$ den oben geschilderten „negativen" Schritt immer mit gleichem Ergebnis wiederholen können. Ob dabei dieser Schritt hin und her in Wirklichkeit eine hystereselose

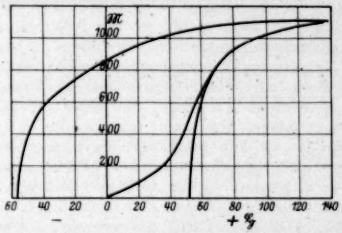


Fig. 4a. Harter Stahl. Magnetisierungskurve.

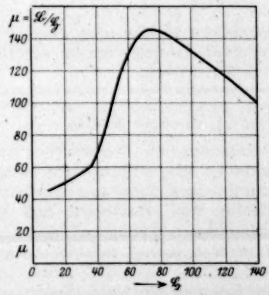


Fig. 4b. Harter Stahl. Permeabilitätskurve.

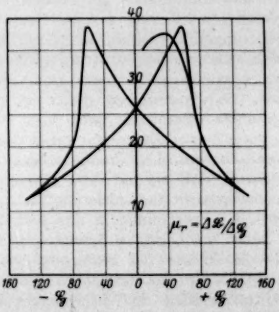


Fig. 4c. Harter Stahl. Kurve der reversiblen Permeabilität.

gerade Linie oder eine spitze Schleife darstellt, läßt Gans fürs erste außer Diskussion, wesentlich ist für seine Definition, daß man an allen Punkten der Magnetisierungskurve solche kleinen reversiblen Schritte machen kann (Fig. 3). So

untersuchte Gans weiter nicht nur diese reversiblen Vorgänge auf der Neu- oder Kommutierungskurve, sondern auf dem ganzen Umlaufe eines Magnetisierungsprozesses. Einige dieser Ergebnisse sind in Fig. 4 a, b, c dargestellt. Die Kurve der reversiblen Permeabilität zeigt einen Verlauf, der zwar nicht die erste Ableitung der Magnetisierungskurve darstellt, aber in bezug auf Neigung und Umkehrpunkte dieselbe Tendenz wie diese hat. Gans untersuchte auch weiter die reversiblen Vorgänge, die auftreten, wenn man in einem gegebenen magnetischen Kreise senkrecht zu dem ursprünglichen Flusse kleine Magnetisierungsschritte macht. Letztere nannte er, im Gegensatz zu der anfangs beschriebenen (longitudinalen) die transversale reversible Permeabilität. Daß nach Gans die reversible Permeabilität (RP) und die Anfangspermeabilität (AP) gleichen Vorgängen im Magnetisierungsprozeß entsprechen, steht ohne Zweifel fest, nur treten mit zunehmender Stärke der Magnetisierung jene reversiblen Prozesse immer mehr gegen die irreversiblen zurück.

I. Meßmethoden.

Zur Bestimmung der magnetischen Anfangspermeabilität ist das Magnetometer wenig geeignet, denn die vom Ellipsoid ausgehenden magnetischen Kräfte sind so schwach, daß sie von den unvermeidlichen Variationen des Erdfeldes überlagert werden und es wohl kaum irgendwo noch möglich ist, störungsfrei zu arbeiten. Auch die Jochmethode wird von Gumlich und Rogowski verworfen, weil es schwierig ist, das Joch und damit auch die Proben völlig zu entmagnetisieren. Gerade für die Messung der Anfangspermeabilität ist es, wie Gumlich und Rogowski gezeigt haben, außerordentlich wichtig, völlig entmagnetisierte Proben zur Verfügung zu haben. Sie beschreiben daher auch einen Entmagnetisierungsapparat, mit dem es ihnen gelingt, unter Verwendung von auf o abklingendem Wechselstrom ihre Proben soweit zu entmagnetisieren, daß sie mit dem Magnetometer keine nachweisbare Magnetisierung mehr zeigen. Auch ruft das Einspannen in das Joch bei den Proben leicht mechanische Spannungen hervor, wodurch die Werte der Anfangspermeabilität sehr beeinflußt werden und nicht reproduzierbar sind. Unvermeidlich ist die magnetisierende Wirkung des Erdfeldes. Man muß sich damit abfinden und die Proben, falls sie in Stab- oder Ellipsoidform verwendet werden, so gut wie möglich in ihrer Längsrichtung senkrecht zum Kraftfeld der Erde aufstellen oder versuchen, durch geeignete Hilfsspulen das Feld der Erde zu kompensieren. Alle diese Schwierigkeiten werden natürlich behoben, wenn man die Proben in der Ringform verwenden kann. Aber nicht alle magnetischen Materialien lassen sich zum Ring biegen und eventuelle Glühbehandlungen erfordern jedesmal ein Neuaufbringen der Bewicklung, was zeitraubend und kostspielig ist. Das umständliche Bewickeln der Proben vermeidet Kelsall (7) durch ein Permeameter, welches auf folgendem Prinzip beruht (Fig. 5): P ist die aus

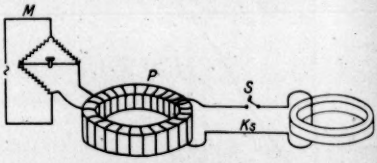


Fig. 5.

vielen Windungen dünnen Drahtes bestehende Wicklung eines aus Dynamoblechscheiben bestehenden Transformators. Mittels einer Meßanordnung M, die an die Klemmen der Wicklung P angeschlossen ist, wird der induktive Widerstand ωL oder die Selbstinduktion des bewickelten Ringes gemessen. Weiter ist um den Ring eine einzige Sekundärwicklung in Form der Schleife KS gelegt. Sobald diese Schleife durch den Schalter S geschlossen wird, fließt in dem Kreise KS ein starker Kurzschlußstrom,

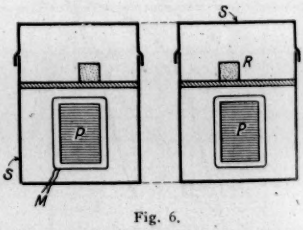


Fig. 6.

der rückwirkend die Induktivität der Primärwicklung P verändert. Steckt man nun durch die Schleife KS einen Ring aus magnetischem Material, so wird infolge der erhöhten Selbstinduktion der Kurzschlußschleife in P mittels der Meßanordnung M ein anderer Selbstinduktionswert gemessen. Aus diesen drei Bestimmungen, Leerlauf, Kurzschluß und Kurzschluß mit eingefügtem Prüfring, läßt sich die Permeabilität des zu prüfenden Ringes ermitteln. In der Praxis wird der Apparat etwa folgendermaßen aufgebaut (Fig. 6). Der Ring mit der Primärwicklung P liegt in einer Kupferbüchse, die einen gut schließenden Deckel hat. Der Boden

und der Deckel sind zentral durchbohrt und durch ein Kupferrohr gut metallisch verbunden. In den oberen Teil der Büchse wird der Probering gelegt. Die Meßwicklung KS der schematischen Fig. 5 wird nun dargestellt durch Boden, Deckel, Mantel und Zentralzylinder. Es liegt also eine einzige Windung gleichzeitig um den Kern der Primärwicklung wie auch um den zu messenden Ring R. Es steht nun nichts im Wege, den oberen Teil des Apparates so auszubilden, daß der Probering einer thermischen Behandlung ausgesetzt werden kann. Man kann also mit dieser Anordnung nicht nur die Permeabilität des Proberinges aus drei Messungen, bei offener, geschlossener und mit Probering gefüllter Büchse ermitteln, sondern kann auch weiter, ohne den Probering irgendwie äußeren Störungen, mechanischen Beanspruchungen aussetzen zu müssen, die Abhängigkeit der Permeabilität von der Temperatur bestimmen. Es ist natürlich darauf zu achten, daß die durch thermische Behandlungen des Proberinges nötigen Leitungen weder magnetische Eigenschaften haben noch eine Ergänzung der Kurzschlußwicklung darstellen. Ein Nachteil haftet der Methode an, nämlich daß die Hystereseverluste des Proberinges nicht gut gemessen werden können, weil die Eisenverluste des Primärkernes in der Meßanordnung so überwiegen, daß der geringe Einfluß der Hystereseverluste des Probekerns sich der Messung und Rechnung entzieht. Weiter ist es erforderlich, wenn man nicht durch die Wirbelströme in dem Probekern falsche Werte erzielen will, daß der Probering weitgehend unterteilt ist. Das Material muß also in Form von dünnem Draht, Band oder gepreßtem und gesintertem Pulver vorliegen. Die Brückenanordnung, beispielsweise eine Giebebrücke, wie sie weiter unten beschrieben werden soll, kann natürlich je nach der Unterteilung des Probekerns mit technischem Wechselstrom von 50 Perioden oder auch mit Telephonfrequenzen betrieben werden. Ist das Material genügend weit unterteilt, so ist eine Messung mit Telephonfrequenzen allen anderen vorzuziehen. Es ist noch nicht bekannt, ob eine solche Permeameter-Anordnung auch zu Messungen mit dem ballistischen Galvanometer verwendet worden ist. Welche Brückenanordnungen im allgemeinen für die Messung von Anfangspermeabilitäten verwendet werden, hängt in erster Linie von der Menge und der Art des zur Verfügung stehenden Materials ab. Sehr viel gebraucht wird eine Brücke nach Giebe (8). Durch Messungen des von dem Eisen hervorgerufenen Verlustwiderstandes in Abhängigkeit von der magnetisierenden Stromstärke und der Frequenz lassen sich in bekannter Weise die Hystereseverluste wie die Wirbelstromverluste des Probestückes trennen. Eine solche Meßanordnung und ein Schema zur Bestimmung dieser Verluste zeigt beispielsweise Jordan 1925 (9). Fig. 7 zeigt eine solche Brücke im Schema. Die

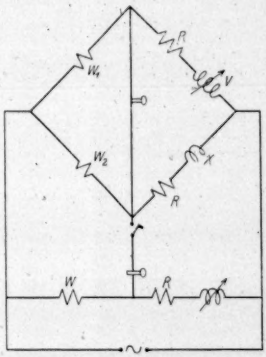


Fig. 7. Giebebrücke mit Schutzschaltung nach Wagner.

Widerstände W_1 und W_2 sind von der Größenordnung 100 bis 1000 Ohm. Das Selbstinduktionsvariometer V muß natürlich eisenfrei und wenn möglich aus unterteilter Litze gewickelt sein. Der Widerstand R muß selbstinduktionsfrei und kapazitätsarm sein. Wagner (10) beschreibt eine Schutzanordnung, die parallel

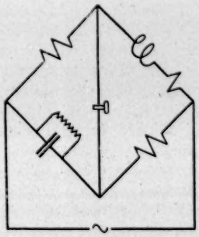


Fig. 8.

zur Stromquelle liegt; sie dient dazu, dem Telephon Erdpotential zu geben. Die Messung des magnetisierenden Stromes im Probering geschieht entweder durch ein Wechselstrominstrument, welches in der Zuleitung zu der ganzen Brückenanordnung liegt, und der auf das Objekt entfallende Strom wird aus der Brückengleichung unter Berücksichtigung des Ohmschen und induktiven Widerstandes ermittelt, oder aber durch ein Thermoelement nach Voege (11) beispielsweise

Tabelle I.

	1	2			3		4		5		6	
	V 126*)	V 120			V 117		V 119		V 122		V 121	
	Elektrolyteisen, Stab geschmied.	Dynamostahl			Dynamostahl		Schwedisches Holzkohleneisen		Schlechter Stahlguß		Stahl	
	ungeglüht	ungeglüht	einmal geglüht	zweimal geglüht	ungeglüht (?)	geglüht	ungeglüht	geglüht	ungehärtet	gehärtet	ungehärtet	gehärtet
C	0,024 %	0,044 %			0,085 %		0,027 %		0,56 %		0,99 %	
Si	0.004	0,004			0,028		0,006		0,18		0,10	
Mn	0,008	0,400			0,380		0,030		0,29		0,40	
P	0,008	0,044			0,029		0,099		0,076		0,04	
S	0,001	0,027			0,024		0,002		0,035		0,07	
$\mathfrak{H}$												
0	250	400	490	320	250	158	214	470	131,5	58,0	72,8	43,2
0,01	300	413	522	351	290	166	222	513	131,8	58,1	72,8	43,2
0,03	420	437	586	433	372	180	242	600	132,1	58,2	72,8	43,3
0,05	560	463	650	540	453	198	266	680	132,5	58,4	72,9	43,4
0,1	975	532	786	872	650	252	322	890	134,6	58,5	73,0	43,6
0,15	1500	590	912	1390	828	330	374	1070	137,0	58,6	73,1	43,8
0,2	2110	638	1040	3030	980	430	430	1225	139,0	58,8	73,3	44,0
0,3	—	—	—	—	—	—	—	—	144,2	59,0	73,5	44,2
0,4	—	—	—	—	—	—	—	—	150,4	59,4	73,8	44,5
$\mu_{max.}$	7800	4200	6600	14800	4600	5700	5400	6400	710	170	375	110
Koerzitivkraft	0,475	1,46	0,89	0,37	0,83	0,88	1,06	0,76	7,1	44,3	10,7	52,4
Remanenz	7800	10600	12000	11050	7850	10250	11400	9850	10650	10630	13000	7460
η	0,00068	0,00157	0,00108	0,00054	0,00162	0,00110	0,00131	0,00105	0,00695	0,0271	0,0150	0,0337
$4\pi\mathfrak{J}$	21630	21420	—	21420	21250	21400	21200	21180	20600	20180	19820	17800

*) Die chemische Zusammensetzung und der Wert von $4\pi\mathfrak{J}$ sind einem anderen Stück Elektrolyteisen derselben

oder noch besser durch ein Thermogalvanometer nach Duddell (12) direkt im Brückenzweig des Objektes. Auf eine kurze und induktionsfreie Zuleitung ist hier besonders zu achten. Die vier Brückeneckpunkte sind möglichst nahe aneinander zu legen. Die beiden Brückenwiderstände $W_1 W_2$ werden zweckmäßig aus je einer einzigen Schleife dünnen Manganindrahtes dargestellt. Sind die Proben sehr klein, so ist die Giebebrücke weniger geeignet. U. Meyer (13) beschreibt eine Brückenanordnung (Fig. 8), bei der nach Maxwell eine Selbstinduktion mit einer Kapazität verglichen wird. Eingehende Beschreibungen von Wechselstrombrücken-Anordnungen und den dabei zu beachtenden Maßnahmen sind vor allem zu finden bei Jaeger[14]), bei Hague[15]) und Gumlich[34]).

II. Die Anfangspermeabilität des Eisens und seiner magnetischen Legierungen.

Sieht man von den eingangs erwähnten Arbeiten, die wegen der willkürlich gewählten Proben nur noch historische Bedeutung haben, ab, so stößt man zum ersten Male bei Gumlich und Rogowski 1911 (4) auf eine zusammenfassende Messung aller damals bekannten Eisensorten. Ihre Ergebnisse sind in Tabelle I dargestellt. Wichtig ist auch, daß Gumlich und Rogowski an denselben Proben mittels der Jochmethode die ganzen Magnetisierungskurven gemessen haben. Aus der Tabelle läßt sich zusammenfassend folgender Schluß ziehen: Kleine Anfangspermeabilität ist verbunden mit großer Koerzitivkraft und kleiner Maximalpermeabilität; der umgekehrte Schluß dagegen, mit großer Maximalpermeabilität auf große AP zu schließen, ist nicht zulässig. Deutlich zeigt die Tabelle den Einfluß der Glühbehandlung. Vor allem sieht man, daß die Silizium-Legierungen, die seit zwei Jahrzehnten in der Dynamo- und Transformatorentechnik eingeführt worden sind, auch als Materialien guter Anfangspermeabilität in Frage kommen. Wesentlich aber für die Bewertung eines Materials ist der mehr oder weniger steile Anstieg der Anfangspermeabilität mit der Feldstärke. Gerade die Nachrichtentechnik verlangt für ihre Materialien eine möglichst große Unabhängigkeit der Induktivität von der Stromstärke und möglichst

Tabelle I.

	7		8		9		10		11	12
	V 118		*Si* 5 C		*Si* 20 C		*Si* 50 C		Nr. 1410	V 136
	Gußeisen		Silizium-Legierungen						Dynamoblech	
			niedrig		mittel		hoch		legiert	normal
	ungeglüht	geglüht	ungeglüht	geglüht	ungeglüht	geglüht	ungeglüht	geglüht	geglüht	geglüht
C	3,109%		0.139%		0,16%		0,29%			
Si	3,270		0,43%		1.93%		4.45%			
Mn	0,560		0,07 %		0.09 %		0,12 %			
P	1,050		0,008		0,014		0,018			
S	0,061		0.035		0,044		0,025			
H										
0	69,4	176	182	158	238	223	450	510	528	328
0,01	69.4	176	190	161	251	232	475	560	554	342
0,03	69,5	177	208	173	282	252	522	673	611	374
0,05	69,7	178	230	191	314	272	572	790	668	402
0,1	69,9	180	280	237	400	334	712	1035	804	476
0,15	70,0	183	336	293	474	390	844	1228	930	552
0,2	70,3	186	394	358	547	442	954	1408	1035	622
0,3	70,8	195	—	—	—	—	—	—	—	—
0,4	71,8	206	—	—	—	—	—	—	—	—
$\mu_{max.}$	240	620	2830	2800	2880	2880	3220	4440	4250	3900
Koerzitivkraft	11,4	4,6	1,38	1,23	1,27	1,32	1,25	0,66	0,75	1,0
Remanenz	5100	5300	8200	7050	7750	8450	8200	6000	6580	9800
η	0,0114	0,00437	0,00205	0,00169	0,00210	0,00161	0,00278	0,00086	0,00110	0,00207
$4\pi\mathfrak{F}$	16420	16750	21115	21330	20440	20620	19100	19450	—	—

Herkunft entnommen.

kleine Hystereseverluste. Jordan (l. c.) behauptet einen Zusammenhang der Hystereseverluste im Bereiche der AP. mit dem Steigungsmaß derselben. Er findet folgende Beziehungen:

Ähnlich wie Rayleigh setzt er

$$\mu_1 = \mu_0 + 2\nu\mathfrak{H}_1$$

wobei μ_1 die Permeabilität bei dem Felde $\mathfrak{H}_1$ darstellt, während 2ν das Steigungsmaß ausdrückt. Für L_1 die Induktivität der Probe, findet er:

$$L = F(\mu_0 + 2\nu\mathfrak{H})$$

worin

$F = 4\pi\mathfrak{H}^2 v \cdot 10^{-9}$ (Formfaktor)
$\mathfrak{H}$ = Windungszahl pro cm
v = Volumen des Proberinges.

Ersetzt er die tatsächliche Hystereseschleife der AP. durch eine flächengleiche Ellipse, so ergibt sich für den vom Eisen herrührenden mit der Brücke bei der Kreisfrequenz ω gemessenen Widerstand

$$r = F \cdot \frac{8}{3\pi} \nu \mathfrak{H}_1 \omega.$$

Zwischen zwei bei den Feldstärken $\mathfrak{H}_1$ und $\mathfrak{H}_2$ gemessenen Widerstandswerten r_1 und r_2 und den zugehörigen Induktivitätswerten L_1 und L_2 besteht also folgende Beziehung:

$$L_2 - L_1 = (r_2 - r_1)\frac{3\pi}{4\omega}.$$

Daraus folgt nach Jordan: Die Hystereseverluste im Bereiche der AP. sind umso größer, je größer die Abhängigkeit der AP. von der Stromstärke ist. Zur Kennzeichnung einer Eisenqualität genügt also neben μ_0 die einzige Konstante ν.

Jordan führt in seiner Abhandlung weiterhin an Hand von spärlichen Meßergebnissen und theoretischen Überlegungen eine weitere neue magnetische Konstante ein, die er die magnetische Nachwirkung, ähnlich vorzustellen wie die elastische Nachwirkung, nennt. Seine beigefügte Tabelle, in der er in der Nachrichtentechnik gebräuchliche Magnetmaterialien aufführt, zeigt aber nur für hartes Magnetmaterial eine mit den Hystereseverlusten vergleichbare Nachwirkungsgröße. Der Bereich der Anfangspermeabilität bei den handelsüblichen Eisenmaterialien schwankt also zwischen der Größe von 50 und 500 (s. Tabelle I). Auch die Arbeiten von T. D. Yensen (16), der zum ersten

Male ganz reines Elektrolyteisen im Vakuum schmolz und auf ähnlichem Wege reine Eisen-Siliziumlegierungen herstellte, konnten zwar sehr erstaunlich hohe Maximalpermeabilitäten erzielen, ohne daß die zugehörige Anfangspermeabilität die bisher bekannten Werte bedeutend überschritt. Ein ganz neues Gebiet eröffneten die Untersuchungen von Arnold und Elmen (17) 1923 über die Anfangspermeabilität der Eisen-Nickellegierungen. Schon Panebianco (5) hatte darauf hingewiesen, daß 50 proz. Nickeleisen höhere Anfangspermeabilität hat als die üblichen reinen Eisensorten. Jetzt aber zeigte es sich, daß im Gebiet der sehr hochprozentigen Nickellegierungen noch weit höhere Werte zu erwarten sind. Es ist bekannt, daß das System Eisen-Nickel bei ca. 25 Proz. Nickel einen Umkehrpunkt in der Abhängigkeit der Permeabilität von der Temperatur hat, in dem die Permeabilität reversibel

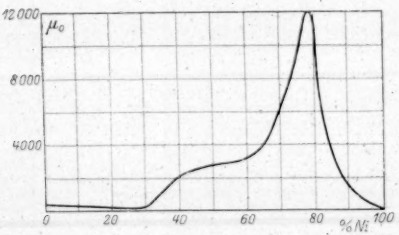


Fig. 9.

bzw. irreversibel verschwindet und wieder auftritt, so daß Nickellegierungen von ca. 25 Proz. Nickel bis zur Temperatur der flüssigen Luft abgekühlt werden können, um wieder magnetisch zu werden. Unter normalen Verhältnissen sind also 25 proz. Nickellegierungen unmagnetisch. Bei allen Legierungen kleiner als 25 Proz. sind der Temperaturpunkt, bei dem der Magnetismus verschwindet und der Punkt, bei dem er beim Abkühlen wieder auftritt, voneinander verschieden, wobei in der Gegend von 20—25 Proz. Nickel diese Differenz sehr groß wird, so daß das Abkühlen auf Zimmertemperatur überhaupt nicht hinreicht, den Magnetismus wieder erscheinen zu lassen. Bei Legierungen über 25 Proz. *Ni* fallen diese Temperaturpunkte fast zusammen. Erhöht man den Nickelgehalt über 25 Proz. hinaus, so findet man bald ein erhebliches Ansteigen der Anfangspermeabilität. Im Bereiche 40—60 proz. Nickels erreicht sie den erstaunlich hohen Wert von etwa 3000, um dann bei 78,5 proz. Nickel ihr Maximum bei 12000 zu erreichen (Fig. 9.). Jenseits dieses Punktes fällt sie dann sehr schnell auf den Wert des reinen Nickels. Arnold und Elmen (17) untersuchten die Eigenschaften dieser 78 proz. Legierung, die sie Permalloy nannten, näher und fanden, daß sie für alle magnetischen Zwecke ganz hervorragende Eigenschaften zeigt, wie auch aus den weiteren Fig. 10 u. 11 zu ersehen ist. Die

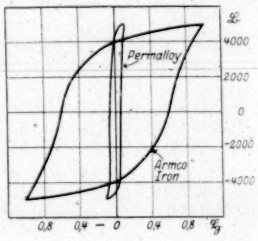


Fig. 10.

Hystereseverluste sind fast verschwindend auch bei großen Feldstärken, die Koerzitivkraft ist verschwindend klein. Bei der Feldstärke von 0,2 Gauß ist das Eisen schon fast gesättigt. Wegen des hohen Nickelgehaltes kommt aber eine Verwendung in der Starkstrom-Elektrotechnik wegen der Kosten des Materials wohl kaum in Frage. Auf seine

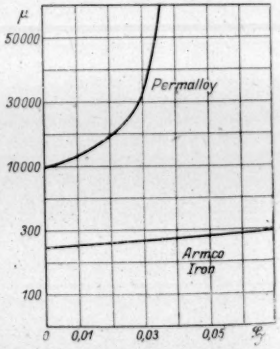


Fig. 11.

Bedeutung für die Schwachstromtechnik wird am Schluß noch zurückzukommen sein. Wichtig ist auch zu erwähnen, daß die Temperaturabhängigkeit dieser 78,5 proz. Legierungen (Permalloy) groß ist und daß nur ganz besondere Maßnahmen den hohen Wert der Anfangspermeabilität ermöglichen lassen. Nach Arnold und Elmen wird der höchste Wert der Anfangspermeabilität erreicht durch erstmaliges Glühen

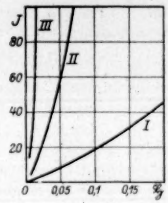


Fig. 12. 65% *Ni*; 35% *Fe*.

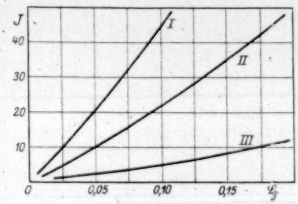


Fig. 13. 84% *Ni*; 16% *Fe*.

Kurve I: ohne Zug. Kurve II: $1{,}39 \cdot 10^8$ dyn/cm². Kurve III: $6{,}9 \cdot 10^8$ dyn/cm².

auf 900°, darauf folgt ein zweites Glühen auf 600°. Außerordentlich empfindlich ist das Material gegen elastische Spannungen. Überelastische Beanspruchung zerstört den hohen Wert der Anfangspermeabilität fast völlig. Dieser Zusammenhang der magnetischen Eigenschaften mit den mechanischen führte Buckley und Keehan (18) zu weiteren Untersuchungen über die Abhängigkeit der Nickel-Eisenlegierungen von mechanischer Spannung unter gleichzeitiger Magnetisierung. Ihre Ergebnisse (Fig. 12 u. 13) sind kurz folgende: Legierungen über 81 proz. Nickel werden durch mechanischen Zug magnetisch schlechter, während jenseits dieses Gebietes eine Verbesserung auftritt. Im Bereiche von 81 proz. Nickel scheint also ein Umkehrpunkt dieser Eigenschaft zu liegen. Keehan (19) vermutet, daß der Zusammenhang der Magnetostriktion mit diesen beobachteten Tatsachen ein Fingerzeig ist für die Erklärung aller an ferromagnetischen Körpern beobachteten Erscheinungen. Die Theorie, die er darüber aufstellt, ist aber sehr allgemein gehalten ohne quantitative oder mathematische Formulierung.

Tabelle II.

Hystereseverluste.

Material	Dehnung (lb/in²)	Maximum $\mathfrak{B}$	Verluste (erg/cm/cykl.)
84% *Ni*; 16% *Fe*	keine	6100	300
	3460	2260 [1])	120
81% *Ni*; 19% *Fe*	keine	8320	350
	3580	8320	310
78,5% *Ni*; 21,5% *Fe*	keine	9560	180
	3560	11000	80
65% *Ni*; 35% *Fe*	keine	5300 [1])	370
	7090	12400	160
45% *Ni*; 55% *Fe*	keine	8500 [1])	680
	3580	12900	830
Silizium-Stahl		14000	4500
Weiches Eisen		15000	6500
Wolfram-Magnetstahl		16000	275000
K. S. Magnetstahl		16000	900000

1) Weit von der Sättigung.

Neuerdings wird dem Permalloy auch Chrom in geringen Mengen beigesetzt. Die technische Verwendbarkeit des Materials, nämlich die mechanische Bearbeitbarkeit und der hohe elektrische Widerstand werden neben den magnetischen Eigenschaften durch diesen Zusatz gefördert.

Neuerdings berichtet Campbell (35) über eine Permalloyähnliche Legierung, genannt Mumetall, die einen hohen Prozentsatz *Cu* neben *Ni* und *Fe* enthält. Die *AP* dieser Legierung beträgt etwa 7000, die Analyse *Fe* 20,0, *Ni* 74,0, *Cu* 5,3, *Mn* 0,7.

Würschmidt (20) veröffentlicht eine Zusammenstellung der magnetischen Eigenschaften der ganzen Nickel-Eisenreihe, die aber im großen und ganzen die vorgenannten Autoren nur bestätigt.

Über die AP des Nickels, Kobalts und der Heuslerschen Legierungen ist nicht viel bekannt. Die veröffentlichten Messungen sind meistens bei Feldern größer als 1 Gauß gemacht. Man kann durch Extrapolation auf kleine Felder schließen, daß ihre AP. entsprechend ihren übrigen magnetischen Werten klein, vielleicht von der Größenordnung des harten Stahls ist. Panebianco bringt einige Werte für *Co* und *Ni* (Tab. III).

Tabelle III.

	A^0	μ^0
Nr. 1 *Fe* Kahlbaum	14,0	177
8 *Fe* Merck	11,6	147
5 Nickel	39	50
9 Nickel	5,0	64
10 Kobalt	3,0	39
14 weicher Stahl	10,6	134
Guillaumesche Legierungen		
16 Invar	55	691
17 49 Proz. *Ni*	43	541
18 22 *Ni*, 3 *Cr*	0,22	3,8

Im Zusammenhang mit der AP. und RP. steht auch der von Barkhausen (21) gefundene

Effekt, daß Eisen, welches einem stetig steigenden Magnetfelde ausgesetzt ist, sprungweise magnetisch wird. Der Grundversuch ist folgender: In einer Spule aus vielen Windungen dünnen Drahtes steckt ein Bündel Eisendrähte. Die Spule ist über einen Röhrenverstärker an einen Telephonhörer angeschlossen. Nähert man nun der Spule einen permanenten Magneten, so hört man im Telephon ein Knacken oder Rauschen. Dies deutet darauf hin, daß die Drähte eine sprungweise Änderung ihres Magnetismus erfahren. Die Art der Geräusche wechselt mit dem Drahtmaterial und der Dimension. Barkhausen (22) vermutet mit Recht ein Umklappen von Elementarmagneten im Draht und versucht, die Größenordnung dieser Teilchen zu bestimmen. Er findet, daß sie kleiner als die Kristallite des Materials, aber größer als ein Molekül oder Elementarkubus sein müssen. Weitere Untersuchungen darüber würden sicher wichtige Fingerzeige für die Erforschung des Wesens des Ferromagnetismus geben.

Auch über die Abhängigkeit der AP. von der Temperatur ist zur Zeit noch wenig bekannt. Im allgemeinen nimmt die AP. mit steigender Temperatur zuerst langsam, dann in der Nähe des Umwandlungspunktes sehr schnell zu, um bei Erreichung desselben plötzlich zu verschwinden. Daher rührt wohl auch die Erscheinung, daß manche Eisenproben nach dem Ausglühen hohen remanenten Magnetismus zeigen, der offenbar durch das Erdfeld beim Durchschreiten des Umwandlungspunktes hervorgerufen wurde.

Ob die Alterungserscheinungen, die schon Gumlich und Rogowski (l. c.) beobachteten, auf innere Spannungen, hervorgerufen durch thermischen Wechsel, zurückzuführen sind, ist ungewiß. Gumlich und Rogowski erwähnen nur, ohne Zahlenbelege anzuführen, daß ihre Proben mit der Zeit ein Nachlassen der AP. zeigten. Von remanenten Magneten ist diese Änderung mit der Zeit bekannt. Magnete für Zündapparate und Meßinstrumente werden durch thermische und mechanische Beanspruchung künstlich gealtert. Auch Transformatorenbleche erleiden durch Erwärmen eine Verschlechterung der Permeabilität und eine Vergrößerung der Hystereseverluste. Während Würschmidt (20) den Einfluß der mechanischen Erschütterung auf die Anfangspermeabilität untersuchte, verfolgten Wild und Perrier (23) die zeitliche Änderung der AP. direkt nach einem Entmagnetisierungsprozeß. Während das Entmagnetisieren die AP. im allgemeinen steigert, folgt bald darauf ein Abklingen der Permeabilität in logarithmischer Abhängigkeit von der Zeit. Wild und Perrier untersuchten Eisen- und Stahlsorten, wie sie für Pupinspulen der Nachrichten-Technik verwendet werden. Die zeitliche Alterung faßt sich in die Formel

$$\Delta\mu = \Delta\mu_0 e^{-\lambda z^v}$$

wobei $\Delta\mu$ die gesamte Steigerung der AP. durch den Entmagnetisierungsprozeß, λ die Alterungsgeschwindigkeit darstellt, welche abhängig ist vom Material und der Temperatur (s. Fig. 14). v variiert etwas mit dem Material: 0,5—0,8. Das Altern ist also von verschiedenen Faktoren bedingt, deren genaue Abhängigkeit noch weiterer Untersuchungen bedarf.

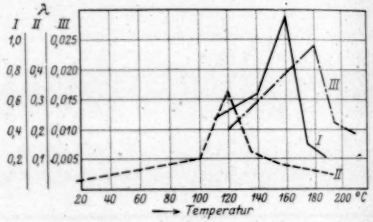


Fig. 14.

III. Die Anfangspermeabilität in der Technik.

Vor allem ist es die Nachrichten-Technik, in der die AP. weitgehende Verwendung findet. In der Telegraphie sind es die Relais und Schreibapparate, deren Magnete von den schwachen Fernströmen gesteuert werden. Die reversible Permeabilität spielt eine Rolle in den polarisierten Relais und in Telephonhörern, wobei der vorgegebene remanente Magnetismus durch wechselweise überlagerte Sprechströme und Telegraphierzeichen nach den Gesetzen der reversiblen Permeabilität vorübergehend geändert wird. Ihre wichtigste Bedeutung hat die Kenntnis der Anfangspermeabilität für die Steigerung der Reichweite von Telephon- und Telegraphenleitungen.

Die Übertragung der Sprachenergie eines Mikrophons von der Größe einiger Milliwatt geschieht in Form von elektromagnetischen Wellen, welche mit endlicher Geschwindigkeit längs der Drahtleitung fortschreiten. Die diesem Vorgang entsprechende Wellenform elektromagnetischer Energie erleidet eine räumliche Dämpfung, die in guter Näherung durch die Formel

$$\frac{Na}{Ne} = e^{2b}$$

dargestellt werden kann. b darf höchstens $= 3.5$ sein, wenn die beschränkte Leistung des Mikrophons im Empfangsapparat noch verständliche

Töne hervorrufen soll. Dabei entfällt ein Teil der Verluste noch auf die Anschlußapparate, so daß für den auf die Leitung entfallenden Teil nur etwa 1,5—2 für b zulässig ist. Weiter ist $b = \beta l$. β nennt man das Dämpfungsmaß der Längeneinheit der Leitung. O. Heaviside (24), der die Ausbreitungsvorgänge des elektromagnetischen Wellenvorganges auf Leitungen untersuchte, fand, daß in erster Näherung die Dämpfung durch folgende Formel dargestellt werden kann:

$$\beta = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} + \frac{G}{2}\sqrt{\frac{L}{C}},$$

wobei L die Induktivität, G die Ableitung, C die Kapazität und R den Ohmschen Widerstand der Leitungseinheit darstellt.

$$G = C\omega \operatorname{tg}\delta$$

ergibt sich aus dem Verlustwinkel δ des wirklichen Dielektrikums gegenüber dem idealen. Die beiden Glieder der Dämpfungsformel sind nun verschieden groß, infolgedessen läßt sich durch Steigerung der Induktivität die Dämpfung herabsetzen. Diese Erkenntnis Heavisides führten Pupin (25) und Krarup (26) in die Praxis ein, Pupin dadurch, daß er Regeln aufstellte, in welchen Abständen und in welchen Größen Selbstinduktionsspulen in die Fernsprechleitungen einzubauen seien; denn eine mit Spulen belastete Leitung stellt, wie unter andern K. W. Wagner (27) dargestellt hat, einen sogenannten Kettenleiter dar, der je nach Größe seiner Selbstinduktion und Kapazität eine Grenzfrequenz besitzt, oberhalb welcher er einen unendlichen Widerstand besitzt, so daß Sprachströme von solchen Frequenzen nicht mehr durchgelassen werden. Krarup (26) sprach den Gedanken aus, die Induktivität der Leitung durch Umwickeln des Kupferleiters mit Material hoher Anfangspermeabilität zu steigern. Während für solche Materialien anfangs nur weiches Eisen zur Verfügung stand, hat sich in den letzten Jahren die Nachrichten-Technik mit neuen Legierungen höherer Anfangspermeabilität, nämlich Spezial-Silizium- und Nickellegierungen, beschäftigt und dadurch weitere Verbesserungen der Reichweite erzielt. Bei den Spulen der Pupinleitungen ist es von Wichtigkeit, daß die Vorteile, hervorgerufen durch die Steigerung der Induktivität, nicht verloren gehen durch den Widerstand der Spulenwicklung, sowie durch den Widerstandszuwachs, hervorgerufen durch Hysterese und Eisenverluste im magnetischen Material. Während nun die Hystereseverluste proportional mit der Frequenz steigen, steigen die Wirbelstromverluste quadratisch mit der Frequenz. Dieses hat zur Folge, daß für die höheren Frequenzen die Dämpfung größer ist als für die niederen. Natürlich, wie aus der Formel für die Ableitung zu erkennen ist, ist auch die Ableitung nicht frequenzunabhängig. Im Idealfalle, wobei

$$\frac{R}{L} = \frac{G}{C},$$

würden die elektromagnetischen Wellen keine Verzerrung erleiden, indem nämlich der induktive und kapazitive Anteil gleich stark gedämpft wird. Im andern Falle aber erleiden die elektromagnetischen Wellen eine Formverzerrung, die allerdings, wenn sie nicht allzu große Werte erreicht, für das menschliche Ohr unmerkbar ist, da dasselbe in der Lage ist, auch verzerrte Klangbilder sinnvoll auszulegen. Wichtig dagegen ist die verzerrungsfreie Wiedergabe des Schwingens in der Telegraphie. Auch hier ist es gelungen, durch Steigerung der Induktivität die Telegraphiergeschwindigkeit erheblich zu steigern. Außer einzelnen kleineren Kabeln ist beispielsweise das neue Telegraphenkabel Amerika—Azoren—Deutschland, welches auf der ersten Strecke schon verlegt ist, während die zweite Strecke Azoren—Deutschland noch in Arbeit ist, mit einer Umspinnung von Permalloy umgeben. Nach vorliegenden Nachrichten ist die Steigerung der Telegraphiergeschwindigkeit, die natürlich auch eine Vervollkommnung der Schreibapparate bedingt, etwa die siebenfache (K. W. Wagner (33)). Die Entwicklung der Pupinspulen führte von der einfachen Induktionsspule mit einem Kern aus Transformatorenblech, wobei der magnetische Weg entweder offen oder geschlossen war, über Magnetkerne aus dünnem Draht und Band von besonders geringen Hysterese- und Wirbelstromverlusten schließlich zu einer ganz neuen Magnetkernform, dem Staub- oder Massekern. Speed und Elmen (31) beschreiben zuerst diesen in Amerika schon seit längerer Zeit eingeführten Typ. Pulverförmiges Elektrolyteisen wird mit geeignetem Isoliermaterial überzogen und in Preßformen unter außerordentlich hohen Drukken (bis zu 14000 kg qcm) zu kompakten Magnetkernen gepreßt. Der außerordentlich hohe Druck verleiht dem Magnetkern eine genügende mechanische Festigkeit. Durch geeignete Isoliermaterialien kann trotzdem zwecks Unterdrückung der Wirbelströme ein genügend hoher spezifischer Widerstand erzielt werden, während die Permeabilität natürlich von der Größe der Zwischenräume aus unmagnetischem Material in Richtung des magnetischen Flusses, also in erster Annäherung vom spezifischen Gewicht des Produktes abhängt. Das Interessante dabei ist, daß durch die außerordentliche Höhe des Druckes das Magnetmaterial eine außerordentliche Härtesteigerung erleidet, die sich magnetisch dadurch auswirkt,

daß die Hystereseverluste des Kernes kleiner sind als die des reinen Ausgangsmaterials. In Deutschland wurden ähnliche Wege beschritten, auch dort ging man bei allen großen Fernkabelleitungen zum Staubkern über. An Stelle der Härtung durch hohen Druck ging man vorzugsweise von gehärtetem Material aus und suchte dieses Material durch geeignete Binde- und Mischanordnungen zu kompakten Kernen zu verarbeiten [s. Ehlers (32), u. a.]. Die AP. dieser Staub- oder Massekerne ist neuerdings nur von der Größenordnung von etwa 20—30, und zwar deshalb, um durch Einschaltung genügend hohen magnetischen Widerstandes die reversible Permeabilität des Kerns so zu beeinflussen, daß sie von der AP. bei jedbeliebiger übergelagerter Magnetisierung nur wenig abweicht. Nähere Angaben über die Probleme der Nachrichten-Technik sind zu finden bei Breisig (28), U. Meyer (29) und im Sammelheft „Das Fernsprechen im Weitverkehr (30)". Die ungeheure Ausdehnung des Fernsprechnetzes in allen Kulturstaaten hat natürlich zur Folge, daß die daran interessierte Industrie in erster Linie an den Untersuchungen über die AP. der Eisenmaterialien beschäftigt ist, wodurch andererseits aber auch der reinen physikalischen Forschung neue Aufgaben und Ziele gewiesen werden.

Literatur.

1) Lord Rayleigh, Phil. Mag. **23**, S. 225, 1887.
2) C. Baur, Wied. Ann. **11**, S. 399, 1880.
3) W. Schmidt, Wied. Ann. **54**, S. 655, 1895.
4) E. Gumlich u. W. Rogowski, Ann. d. Phys. **34**, S. 235, 1911; Elektrotechn. Zeitschr. S. 180, 1911.
5) Panebianco, Berichte der Ac. Neapel 1910.
6) R. Gans, Ann. d. Phys. **22**, S. 481, 1907; **23**, S. 399, 1907; **27**, S. 1, 1908; **29**, S. 301, 1909; **33**, S. 1065, 1910; Physik. Zeitschr. **11**, S. 988, 1910; **12**, S. 1053, 1911. Elektrotechn. Zeitschr. S. 523, 1907.
7) G. A. Kelsall, Journ. of the optical Society of Am. and Review of Scientific Instr. Vol. 8, N. 5; Vol. 8, Nr. 2, 1924; U. S. Patent 1, 457, 438; 1, 1, 296, 813.
8) E. Giebe, Zeitschr. f. Instr. **31**, S. 6, 1911.
9) H. Jordan, El. Nachr. Techn. **1**, S. 7, 1924.
10) K. W. Wagner, Elektrotechn. Zeitschr. **32**, S. 1001, 1911; **34**, S. 186, 613, 949, 1913; Physik. Zeitschr. **13**, S. 368, 1912.
11) W. Voege, Elektrotechn. Zeitschr. S. 467, 1906.
12) W. Duddell, Phil. Mag. (6) **8**, 91, 1904.
13) U. Meyer, El. Nachr. Techn. S. 29, 1924.
14) W. Jaeger, Elektr. Meßtechnik, Leipzig, II. Aufl., 1923.
15) B. Hague, Alternating Current Bridge Methods. London 1923.
16) T. D. Yensen, Bulletin University of Illinois, N. 72, 1924; N. 83, 1915; Journ. of Am. Inst. of El. Eng. S. 396, 1920.
17) H. D. Arnold u. G. W. Elmen, Journal Franklin Inst. 195, 621, 632, 1923; Electrician S. 672, 1923.
18) O. E. Buckley u. L. W. Mc. Keehan, Phys. Review Vol. 26, S. 261, 1925.
19) Mc. Keehan, Phys. Review Vol. 26, S. 274, 1925.
20) Würschmidt, Zeitschr. f. Phys. **12**, S. 128, 1922; Kruppsche Monatshefte 1925.
21) H. Barkhausen, Phys. Zeitschr. **20**, S. 401, 1919.
22) —, Zeitschr. f. techn. Phys. **5**, S. 518, 1924.
23) G. Wild u. A. Perrier, Techn. Mitt. d. schweizerischen Telegr. Verwalt. **3**, Heft 6, S. 180, 1925.
24) O. Heaviside, Electromagnetic Theory. Bd. I. London 1893.
25) M. Pupin, Transactions of the Amer. Inst. of El. Eng. **17**, 445, 1921.
26) E. Krarup, Elektrotechn. Zeitschr. 1902, S. 344.
27) K. W. Wagner, Archiv f. Elektrotechn. **3**, 315, 1915; Archiv f. Elektrotechn. **8**, 62, 1919.
28) F. Breisig, Theoretische Telegraphie. 2. Auflage. Braunschweig 1923.
29) U. Meyer in Lehrbuch der techn. Physik, herausgegeben v. Gehlhoff, **2**, 723, 1926. Leipzig.
30) Das Fernsprechen im Weitverkehr. Herausgegeben vom Reichspostministerium. Verlag W. Ernst & Sohn. Berlin 1923.
31) B. Speed u. G. W. Elmen, Journ. of Amer. Inst. of El. Eng. 596, 1921.
32) W. Ehlers, Zeitschr. f. techn. Physik 589, 1925; El. Nachrichtentechn. 121, 1925.
33) K. W. Wagner, El. Nachrichtentechn. 114, 1924.
34) E. Gumlich, Magnetische Messungen. Braunschweig 1918.
35) D. F. Campbell, Iron and Steel Inst. Vol. 102. Nr. II, S. 69, 1925.

Köln-Mülheim, im Mai 1926.

(Eingegangen 25. Mai 1926.)

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Deutschen Technischen Hochschule Brünn Dr. Karl Kürschner für organische Chemie, insbesondere Holzchemie.

Ernannt: Der Honorarprofessor für Hochspannungstechnik an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Adolf Matthias und der Privatdozent der Physik an der Universität Berlin Dr. Richard Becker zu ord. Professoren an der Technischen Hochschule daselbst, der Privatdozent an der Universität München Dr. Georg Wentzel zum planmäßigen a. o. Professor der mathematischen Physik an der Universität Leipzig, Dr. G. H. Christie zum Dozenten für Chemie an den Durham Colleges, Ch. B. Dicks jr. zum assist. Professor für technische Chemie an der Tulane Universität in New Orleans, Universitätsstipendiat Dr. O. Hassel zum Dozenten der physikalischen Chemie an der Universität Oslo, der Professor für physikalisch-chemische Forschung am Mass Institute of Technology Dr. Frederick G. Keyes zum ord. Professor an der Brown University in Providence, der Dozent für Chemie am Royal Technical College in Glasgow Dr. E. C. Pickering zum Leiter der Chemie-Abteilung am Polytechnikum in London, als Nachfolger von H. Lambourne, der Direktor der School of Chemistry wurde, Dr. R. Adam zum Leiter der chemischen Abteilung der Universität von Illinois in Urbana, als Nachfolger des in den Ruhestand getretenen Professor William Albert Noyes.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.